FABRICA ET VSO
Del Compasso di Proportione,

Doue insegna à gli ARTEFICI il modo di fare in esso le necessarie diuisioni,

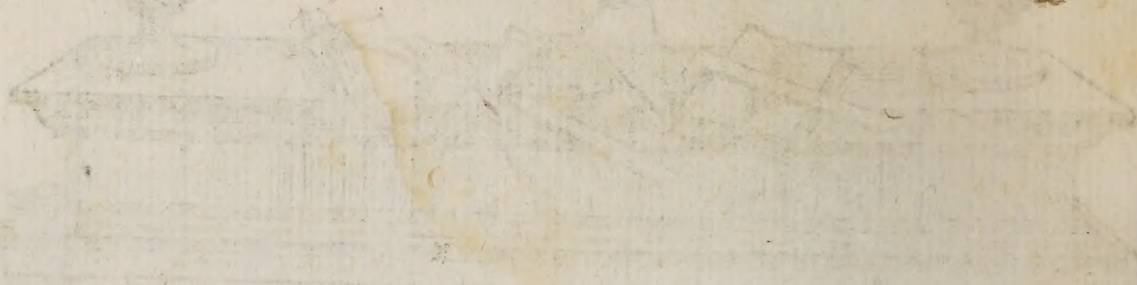
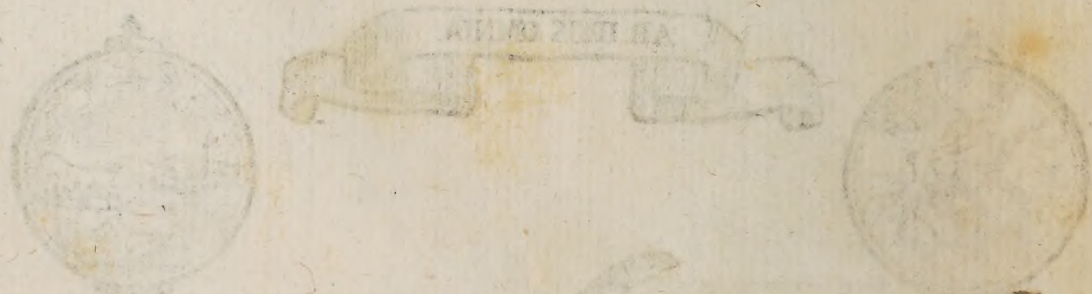
E con varij Problemi vsuali mostra l'vtilità di questo Stromento,

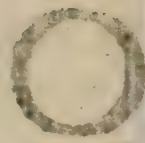
PAOLO CASATI
DELLA COMPAGNIA DI GIESV',

Dando le ragioni, & apportando le dimostrationi di tutte le operationi nella Fabrica, e nell'Vso.

OPERA VTILE
Non solo à Geometri, Agrimensori, Architetti ciuili, e militari, Pittori, Scoltori, & à tutti quelli, che vsano del Dissegno, mà anche à Bombardieri, Sergenti di Battaglia, Mercanti, & altri, per molte operationi Aritmetiche, fatte con grandissima facilità,

Accresciuta notabilmente in questa seconda Editione dal medesimo Autore.

IN BOLOGNA, Per Gioseffo Longhi 1685. *Con lic. de' Superiori.*

Franciſcus Bellhomus Societatis Ieſu in Prouincia Veneta Præpoſitus Prouincialis.

O*Puſculum, cui titulus eſt,* Fabrica, & Vſo del Compaſſo di Proportione, &c. *à P. Paulo Caſato Societatis noſtræ compoſitum, tres viri graues, ac docti eiuſdem noſtræ Societatis perlegerunt, & in lucem edi poſſe iudicarunt. Quare facultate mihi conceſſa ab Adm. Reuer. P. Ioanne Paulo Oliua Vicario Generali poteſtatem facio, vt imprimatur, ſi alijs, ad quos ſpectat, ita viſum fuerit. Bononiæ die 26. Octobris 1662.*

Franciſcus Bellhomus.

Locus ✠ Sigilli.

V. D. Fulgentius Orighetus Rector Pœniten tiariæ, pro Illuſtriſsimo, & Reuerendiſsimo D. Ioſepho Muſotto Vicario Capitulari.

Reimprimatur.

Fr. Vincentius Vbaldinus Vicarius Generalis S. Officij Bonon. Ordinis Prædicat.

TA.

TAVOLA

De' Capi contenuti in questo Trattato.

Capo 1. Che cosa sia il Compasso di Proportione, & in che sia fondato. Pag. 4.

Capo 2. Come si diuida il Compasso di Proportione per le semplici longhezze di linee rette, & vso di questa linea Aritmetica. 7

Quest. 1. Come si troui la parte determinata in numeri d'vna linea data. 10

Quest. 2. Come ad vna linea data si troui vna maggiore nella proportione determinata in numeri. 17

Quest. 3. Come si troui vna Quarta Proportionale, e si continui vna proportione. 19

Quest. 4. Come lo stromento serua di scala vniuersale per qualsiuoglia dissegno. 21

Quest. 5. Date due linee trouare la loro proportione in numeri. 24

Quest. 6. Dati gli Assi d'vn' Ellipsi, descriuere la sua circonferenza. 27

Quest. 7. Come potiamo seruirci dello Stromento di Proportione, in vece delle Tauole Trigonometriche, per la solutione di molti Triangoli. 29

Quest. 8. Come serua per la Prospettiua lo Stromento. 31

Quest. 9. Come potiamo valerci dello Stromento per pratticar in Numeri la regola del Trè, ò Aurea, che vogliamo dire. 34

Quest. 10. Come d'vna linea data si possano prendere particelle picciolissime, quante se ne vorranno. 51

Capo 3. Come s'habbia à diuider'il Compasso di Proportione per le Superficie piane, & vso di questa linea Geometrica. 54

Quest. 1. Data vna figura regolare, come si possa descriuerne vn' altra della stessa specie nella proportione, che si desidera. 67

Quest. 2. Data vna figura irregolare, come si possa descriuerne vna simile nella bramata proportione. 74

Quest. 3. Data vna linea in vn piano, come s'habbia à trouare la grandezza della linea, che le corrisponde in vn'altro piano simile nella data proportione. 77

Quest. 4. Date due figure piane simili trouar la loro proportione. 82

Quest. 5. Date due, ò piu figure piane simili, trouarne vna simile vguale à tutte quelle insieme. 85

Quest. 6. Date due figure piane simili, e disuguali, trouar'vna figura simile vguale alla loro differenza. 86

Quest. 7. Date due linee, come possa trouarsi la terza proportionale. 87

Quest. 8. Come si troui vna media proportionale tra due linee date, e si faccia vn Quadrato vguale ad vna figura rettilinea. 89

Quest. 9. Descriuere con facilità vna Parabola. 90

Quest. 10. Data vna Parabola in vn Cono dato, trouar vn Quadrato à lei vguale. 91

Quest. 11. Date due linee vguali, che si tagliano per mezzo obliquamente, descriuere in-

torno

torno ad esse vn'Ellipsi. 9
Quest. 12. Data vna portione di Ouato trouar il restante del suo diametro. 9
Quest. 13. Dalli due diametri d'vn'Ellipsi trouar l'area. 9
Quest. 14. Dato vn numero, trouare la sua radice quadrata. 97
Capo 4. Come s'habbia à diuidere lo Stromento per i Corpi solidi; & vso di questa linea Cubica. 105
Quest. 1. Tra due linee date, come si trouino due medie continuamente proportionali: ouero tra due numeri dati. 113
Quest. 2. Come si possa ad vna linea data applicar' vn solido rettangolo vguale ad vn Cubo dato. 116
Quest. 3. Dato vn solido, come s'habbia à trouarne vn' altro simile nella data proportione. 118
Quest. 4. Dati due Corpi simili, come si conosca la loro proportione. 125
Quest. 5. Come si possa far' vn Cono vguale ad vn Cilindro dato, e che habbiano li diametri delle basi, e gl'Assi proportionali. 128
Quest. 6. Come si troui vna Sfera vguale ad vn Cilindro dato. 130
Quest. 7. Data vna Parabola, trouare la proportione di due segmenti terminati ad vn medesimo punto. 132
Quest. 8. Data vna Parabola terminata, tagliata da vna linea parallela, trouar la proportione delle parti nelle qualli è diuisa. 133
Quest. 9. Come d'vn numero dato si troui la Radice Cubica. 134
Capo 5. Come s'habbia à notare nello Stromento la Proportione de' Metalli; & vso di questa linea Metallica. 145
Quest. 1. Come si possa cauare la proportione delle grauità specifiche di due, ò più corpi. 151
Quest. 2. Dato vn corpo, la cui grandezza, e grauità siano note, come si possa trouarne vn'altro d'altra materia, che in grauità habbia la proportione data. 154
Quest. 3. Come si possa trouare la grandezza di qualsiuoglia peso, conoscendone vn' altro d'altra materia. 159
Capo 6. In qual maniera s'habbiano à notare nello Stromento li Gradi del Circolo: & vso di tal linea. 160
Quest. 1. Come si possa descriuer' vn'angolo di quantità determinata. 165
Quest. 2. Come si conosca la grandezza, e quantita d'vn'angolo dato. 168
Quest. 3. Come con lo Stromento si possa pratticare tutta la Trigonometria senza Tauole. 171
Quest. 4. Trouar in numeri la proportione di due rette con l'aiuto delle Tauole de' Seni. 175
Quest. 5. Trouar in piccoli numeri i seni de' gradi del quadrante. 177
Quest. 6. Data vna linea corda d'vn'arco di determinata quantità, come si troui il suo circolo. 179
Quest. 7. Come si possa prendere qualsiuoglia parte determinata del circolo, e descriuere qualsiuoglia figura regolare. 181
Quest. 8.

Quest. 8. Dato il diametro d'vna sfera, come si troui la superficie sferica, e la solidità di qualsiuoglia segmento di detta sfera, conosciuto nella quantità de' gradi d'vn circolo massimo perpendicolare al piano della base di detto segmento. 183
Quest. 9. Data in gradi la circonferenza d'vn segmento di circolo, come si troui l'area di detto segmento. 189
Capo 7. Come nello Stromento s'habbiano à segnare i lati delle figure regolari; vso di questa linea de' Poligoni. 191
Quest. 1. Come data vna linea si possa farne vna figura Regolare, qual più piace, ò descriuere l'angolo d'vna figura Regolare, di quelle, che son segnate nello Stromento. 196
Quest. 2. Data vna figura regolare, come se le possa circoscriuere, ò inscriuer' vn circolo. 198
Quest. 3. Dato vn'arco, come si possa facilmente trouare in esso la quantità d'vn grado, & altre parti del circolo non segnate nella linea de' poligoni. 199
Quest. 4. Come si conosca la proportione de' lati delli poligoni descritti nello stesso circolo; e poi anche la proportione delli stessi poligoni. 203
Quest. 5. Dato vn Poligono regolare, trouarne vn'altro à lui vguale. 206
Capo 8. In qual maniera s'habbia à segnare nello Stromento la linea d'vguaglianza tra piani regolari dissomigliante, & vso di questa linea trasformatoria. 207
Quest. 1. Data vna figura regolare, trasformatoria in vn'altra vguale di più, ò meno lati. 211
Quest. 2. Data vna figura regolare trouarne vn'altra regolare diuersa, à cui habbia la data Proportione. 212
Quest. 3. Date due figure regolari diuerse, conoscere, che proportione habbiano trà di loro. 213
Quest. 4. Data l'area d'vn poligono regolare, trouar il suo lato. 214
Quest. 5. Dati due poligoni regolari diuersi vguali, trouare la proportione de' circoli, ne' quali essi si descriuono. 215
Quest. 6. Data vna figura regolare far' vn circolo a lei vguale, e dato vn circolo far vn quadrato vguale. 215
Quest. 7. Date due figure regolari dissimili, e disuguali, farne vna vguale à tutte due, e dissomigliante. 216
Quest. 8. Dati due poligoni regolari dissimili, e disuguali, trouar' vn'altra figura dissimile, che sia vguale alla loro differenza. 217
Capo 9. In qual maniera habbia à segnarsi la linea de' corpi regolari, & vso di questa linea. 218
Quest. 1. Conosciuto il diametro d'vna sfera, come si possa formar' vn cubo, ò altro solido regolare, che capisca in essa. 223
Quest. 2. Data vna piramide trouar la sfera, che contenga vn' altra piramide in data proportione. 223
Quest. 3. Dato il diametro della sfera trouar la proportione de' corpi regolari inscritti. 224
Quest. 4. Data vna sfera trouar i lati de' corpi ordinati circoscritti. 227

Quest. 5.

Quest. 5. *Come dato vn corpo regolare si trasformi in vn'altro, che gli sia vguale.* 228
Capo 10. *Come si possa diuidere vna linea, che serua per quadrare tutti i Segmenti del Circolo, e figure inscritte: & vso di questa linea Quadratrice.* 231
Quest. 1. *Se due Circoli disuguali si tagliano, come si troui la quantità dell'area, in cui communicano, e la lunula che resta.* 236
Quest. 2. *Dato vn trapezio in vn Circolo, e segmento di circolo, trouare la sua quantità.* 239
Quest. 3. *Dato vn segmento di circolo, ò troppo grande, ò troppo picciolo, come si debba operare per trouar la linea, che dia il quadrato vguale al segmento.* 240
Quest. 4. *Data vna portione di Circolo trouare la sua grandezza in misura determinata.* 242
Quest. 5 *Dato vn Segmento di Circolo, trouare la proportione, che il Segmento hà ad vn dato Triangolo, che in esso capisce.* 244
Capo Vltimo. Come si possano con gran facilità fabricare molti Compassi di proportione altri grandi, altri piccoli. 246
Conchiusione. 248

DEL-

DELLA FABRICA, ET VSO Del Compaſſo di Proportione.

IO non pretendo di ſcriuere coſa nuoua, mà impiegarmi in materia vtile. Ciò che dell'Organo ſi dice eſſer' vn Compendio de gli Stromenti Muſicali à cagione della moltiplicità, e varia combinatione de' regiſtri, che contiene, parmi poſſa vgualmente dirſi del Compaſſo di Proportione, cioè, che ſia vn Compendio di molti ſtromenti Geometrici inuentati per la facilità di molte operationi, poiche contiene varietà di linee diuerſamente diuiſe, e ſeruendo variamente conforme alla diuerſa apertura di detto Compaſſo, comprende vna grand' vniuerſalità d'operationi. Mà alcuni ſi trouano prouiſti di ſimile Stromento fabricato con grand'accuratezza, e politezza in Francia, ò in Fiandra, à quali però non ſerue più che vna bella pittura nella lor galeria, il cui vſo finiſce, con eſſer' attentamente rimirata: eſſendoche ne conoſcono le linee, che vi ſono notate, ſe non forſi quanto dalle parole aggiunte à ciaſ-

cuna linea intendonò qualche cosa, ne sanno seruirsi del detto Stromento. Altri poi sono, che veramente sariano capaci di seruirsene con loro grand'vtilità, e piacere; mà la difficoltà di far venire da paesi stranieri lo Stromento, e l'ignoranza de' nostri Artefici Italiani, quali (per alrro capaci di farlo molto essattamente) non sanno fabricarlo, è cagione, che manchino di tal commodità. Quindi è, che à gl'vni, & à gl'altri desiderando di far cosa vtile, acciò e chi l'hà sappia seruirsene, e chi ne manca possa facilmente prouedersene, mi son risoluto in primo luogo di mostrar' il modo, con cui habbiano à diuidersi le linee, che in questo Stromento s'hanno à descriuere; le quali diuisioni, ò si potranno fare da gli stessi Artefici, ò chi non si fidasse della lor diligenza, potrà farle egli stesso, doppo che dall'Artefice fatto sarà tutto il materiale dello Stromento; nel che non si troua tale difficoltà, che non possa con poco trauaglio trouarsi Artefice, che lo faccia. Dipoi alla descrittione di ciascuna linea soggiungo in alcune questioni l'vso dello Stromento con tal linea. Dalle quali questioni ciascuno col suo ingegno potrà trouarne dell'altre, & ampliare l'vso dello Stromento; poiche io pretendo di scriuere breuemente insieme, e mostrare la strada à quei, che non la sanno.

Da ciò si vede per qual cagione io habbia scritto in forma semplice, & in lingua Italiana: essendo che così era conueniente di fare à chi voleua esser'inteso dalli nostri Artefici Italiani: Oltre che essendo molti, i quali non hanno l'vso della lingua Latina così famigliare, e pure affettionandosi alle cose Mattematiche, spenderiano vtilmente molto tempo, che loro sfugge otiosamente, hò desiderato di far loro in ciò cosa grata, mentre non sono ritirati dalla lettione di questa Operetta dalla qualità dell'Idioma. E se

E ſe ad alcuno pareſſe ſuperflua queſta mia fatica; eſſendo che di queſto Stromento è ſtato ſcritto da altri; ſappia, che tal'obiettione à me ancora è venuta in mente prima di mettermi à ſcriuere queſti fogli; e quello che più mi ritraeua, era il dubbio probabiliſsimo d'incontrarmi à dire molte coſe dette da altri, e ſoggiacer'alla riprenſione d'hauer copiato. Mà finalmente mi ſon laſciato vincere dal deſiderio non di mia lode, mà dell'altrui vtilità; tenendo per certo, che sì come non oſtante ſia ſtato ſcritto da altri di queſta Mareria, ad ogni modo io non hò hauuto forruna di vedere mai alcun'Autore, fuorche il Galilei, di cui nel 1642. ventidue anni prima di ſcriuere queſt'Operetta, nella Libreria noſtra del Collegio Romano mi capitò vn picciolo libretto di queſta Materia, da me allhora poco inteſo; così à molti altri poteua accadere ſimile diſgratia, che non capitaſſe loro alle mani alcuno di que' buoni Autori; e perciò capitando loro queſta mia Operetta, ne potranno trarre qualche vtilità. Oltre che vediamo da tanti Huomini ſaggi eſſerſi ſpiegati gli medeſimi ſei primi libri d'Euclide, e pur niuno ſi ſtima inutile, portandoſi con ciò qualche maggior facilità a' principianti: e così per la ſteſſa cagione hò creduto non eſſer queſta mia fatica ſuperflua, mentre non ſcriuo per Mattematici prouetti, ma per principianti, e poco eſperti nelle coſe della Geometria. E per queſto per lo più cito le propoſitioni d'Euclide, con le quali ſi dimoſtrano le coſe, che vado dicendo.

§ § § §
§ §

CAPO PRIMO.

Che cosa sia il Compasso di Proportione, & in che sia fondato.

IL Compasso di Proportione non è altro, che vno Stromento composto di due regole piane, e diritte di materia solida (ò sia legno, ò ottone, ò argento) nell' vna delle due estremità vnite insieme in modo, che si possino allargar, e stringere sì, che ristrette si combacino, & allargate si stendano à formar vna sola regola diritta. Che se bene non è assolutamente necessario, che possano tanto allargarsi, ò stringersi, ad ogni modo così riuscirà più vtile lo Stromento.

Si chiama *Compasso*, perche il suo vso è con allargarlo, ò stringerlo à somiglianza del Compasso, con cui si descriuono i circoli maggiori, ò minori. Si dice poi *di Proportione*, perche serue à trouar linee nella proportione, che si desidera.

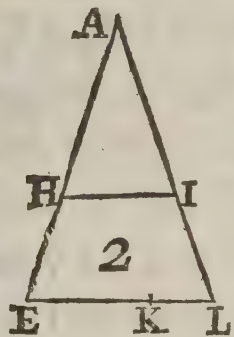
Dal centro dunque, circa di cui si muouono le due regole (il quale conuien che sia accuratissimamente segnato nella superficie dello Stromento, e si troua nell' intersettione delli lati interiori delle due regole, prolongati con linee occulte, e sottilissime, bastando poi segnare visibilmente solamente il punto, che corrisponde al centro) si tira sopra ciascheduna regola vna linea retta, e questa si diuide con la desiderata proportione; auuertendo, che l'vna, e l' altra linea sia vguale, e similmente diuisa. E ciò fatto, s'hà lo Stromento, di cui habbiam bisogno per poter diuidere similmente qualunque altra linea, che non sia maggiore della distanza, che è trà li due estremi punti delle linee descritte sù le regole, quando stanno distese, e fanno vna regola sola.

Siano dunque le due regole AB, AC, congionte nel punto A,

to A, circa di cui, come intorno à centro, si possano girare; e sul piano della regola AB tirisi dal centro A, vna linea retta AE, e similmente sul piano dell'altra regola si tiri dall'istesso centro la retta vgnale all'AE Se queste due linee AE, AL saranno similmente diuise, qualunque linea, che non sia maggiore della distanza tra E, L, quando sono le due regole distese in vna sola, si potrà similmenta diuidere. Come se per essempio AE, & AL sono similmente diuise in H, & I, sia vna linea, che sia la distanza EL; se si pigliarà la distanza HI, e si trasportarà nella linea data, questa sarà diuisa nella stessa proportione, che è diuisa la linea AE in H. E perche le due regole congiunte in A si puonno allargar, e stringere, si vede, che tutte le linee, le quali possono capire trà la minima, e la massima distanza di E, & L, tutte si possono diuidere nella stessa proportione di AE diuisa in H. Dal che si raccoglie, che quanto più lunghe saranno le regole AB, AC, anche maggiore sarà l' vso loro per la diuisione di linee molto maggiori.

Auuertasi però, che, se bene fin' hora non s'è parlato che di diuisioue di linea retta, non è, che à quest 'vso solamente si ristringa il Compasso di Proportione, di cui parliamo; mà ciò s'è detto per più facile intelligenza de gl'inesperti: poiche più à basso si spiegaranno gl'vsi molto maggiori, che per vna semplice diuisione. Quindi è, che per esser più obuio, e commune l'vso di questo Stromento per le diuisioni, è anche chiamato da molti *Stromento delle Parti*; se ben il vocabolo di *Compasso*, ò *Stromento di Proportione* pare più proprio, perche comptende più vniuersalmente il fine, à cui serue.

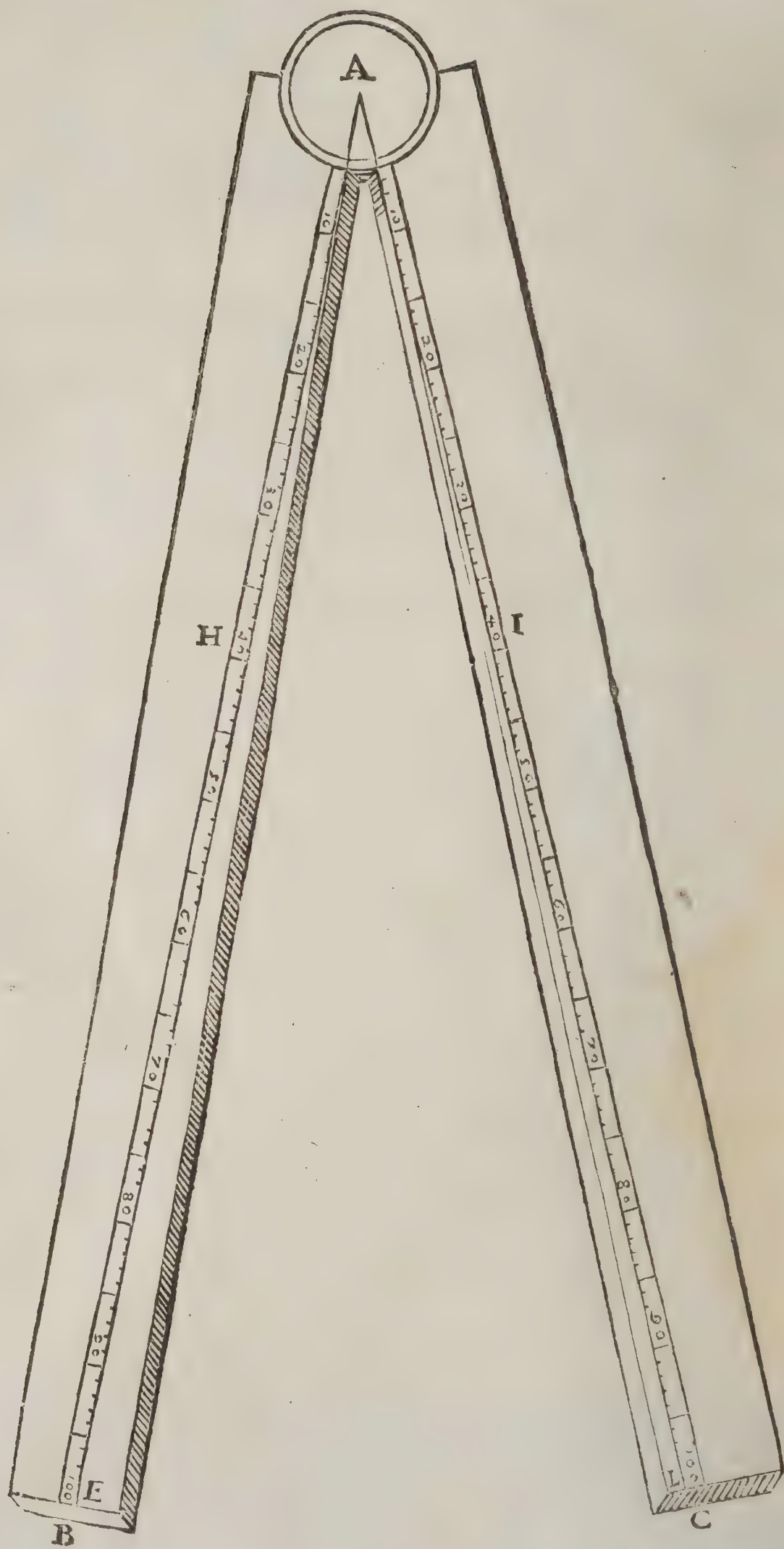
Hor'acciò s'intenda fondamentalmente l'vso di questo Stromento, e veggasi, come quelle due distanze EL, & HI hanno

hanno trà di ſe la proportione di AE, & AH, ſia nella ſeconda figura il triangolo Iſoſcele AEL, e prendaſi AH vguale alla AI, e tiriſi la linea HI. E' manifeſto, che li due triangoli AEL, AHI ſono ſimili; perche gl'angoli HI, ſon vguali trà di ſe (per la 5. del 1.) e ciaſcuno è la metà del complemento dell' angolo A, à due angoli retti (per la 32. del 1) e per la ſteſſa ragione anche ciaſcuno de gli angoli E, & L è la metà dello ſteſſo complemento. Dunque l'angolo I è vguale all' angolo L, e l'angolo H vguale all angolo E: dunque li due triangoli AHI, AEL ſono equiangoli; dunque (per la 4 del 6.) ſono i lati proportionali circa gl'angoli vguali; dunque come AE ad EL, così AH à HI, e permutando come AE ad AH, così EL à HI. Se dunque HI ſi traſferirà ſopra la EL, e ſia EK, ſarà la EL diuiſa in K proportionalmente alla diuiſione di AE in H.

E queſta è la dimoſtrazione generale, qualunque ſia la proportione, in cui ſia diuiſa la linea retta tirata ſul piano delle regole dello Stromento. E perche varie aſſai puonno eſſere le proportioni, nelle quali ſi può diuidere vna linea, così ſopra la ſteſſa faccia della regola dello Stromento ſi tirano diuerſe linee variamente diuiſe, acciò le ſteſſe due regole vengano à ſeruirci per tanti Stromenti, quante linee ſono tirate in vna delle ſudette regole. Sì che tutto l'artificio di queſto Stromento conſiſte in mettere ſopra le ſue regole quelle proportioni, con cui ſi può deſiderare d'hauer altre linee in proportioni ſimili; ancorche quelle linee non foſſero commenſurabili alle linee deſcritte nello Stromento.

Da quel che s'è detto è manifeſto, che li due ttiangoli AEL, AHI,

numerarle,& hauuto riguardo alla lung [illegible]
E quì fà di meſtieri apportarui tutta la diligenza, per poter

dipoi

A
H
I
E
B
L
C

AHI, deuono essere nell'istesso piano; onde se la linea AE fosse sopra vna superficie incuruata, non procederebbe la dimostrazione: Perciò si vede, quanto sia necessario, che le regole siano così ben'aggiustate e sode, che ne in se stesse facilmente s'incuruino, & anche allargate si conseruino nell'istesso piano. Deuono poi essere ciascuna tanto larghe, che vi possa capire tutta la moltitudine delle linee, che vi si vorranno tirare, senza confusione, & in modo, che li numeri notati alli punti delle diuisioni si possano commodamẽte osseruare senza pericolo d'errore, con prender' il numero corrispondente ad vn punto per vn'altro.

Auuertasi esser necessario nell'operationi prendere col Cõpasso accuratamente la lunghezza delle linee, e perciò conuiene, che le sue punte siano ben'acute: e se tali non fossero, si potranno alle gambe del Compasso con sottili cordicelle da liuto legare strettamente due aghi da cucire, le cui punte sono sottilissime, & acute, quanto basta ad ogni più accurata operatione.

CAPO SECONDO.

Come si diuida il Compasso di Proportione per le semplici lunghezze di linee Rette, & vso di questa linea Aritmetica.

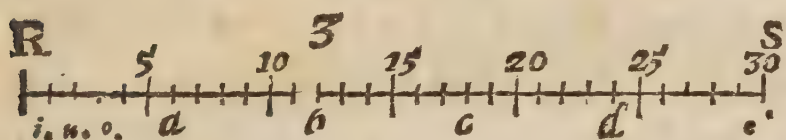
IL primo, e più facile vso di questo Stromento è in ordine alle semplici lunghezze di linee Rette, perciò da queste si comincia. Si tirano dunque dal centro A due linee rette AE, AL, e queste si diuidono nelle più minute parti vguali, che si può, salua la distintione necessaria, per non confondersi nel numerarle, & hauuto risguardo alla lunghezza delle regole. E quì fà di mestieri apportarui tutta la diligenza, per poter dipoi

dipoi ſeruirſene con ſicurezza. Communemente ſi diuide in cento parti, sì perche queſta è diuiſione ſofficiente, sì perche dentro queſto numero ſi trouano quelle proportioni, che communemente ſono vſuali, potendoſi maſſime tutte ridurre à ragion e di centeſime, per le operationi Mecaniche, alle quali ſeruono gli Stromenti. Mà ſe lo Stromento foſſe aſſai lungo, ſi potrà diuidere in 150. ouero in 200. particelle. E perche queſta linea è talmente diuiſa, che le diſtanze dal centro A vanno ſempre creſcendo con vgual differenza, come le progreſſioni Aritmetiche hanno vguali gl'incrementi, ò decrementi de'ſuoi termini, perciò queſta linea diuiſa in particelle vguali, con ragione ſi può chiamare linea Aritmetica.

Diuidaſi dunque la linea AE (e le diuiſioni fatte in queſta ſi traſportino nella A L) con vn ben'acuto, e ſodo compaſſo in due parti vguali; e ciaſcuna ſarà di 50. particelle centeſime, onde al punto della diuiſione ſi noti il numero 50. Dipoi tutta la linea AE ſi diuida in cinque parti vguali, e ciaſcuna ſarà di 20. particelle: onde doueranno ſegnarſi con li numeri 20. 40. 60. 80. Così hauutaſi la diſtanza trà 40. e 50. s'hà la decima parte di tutta la linea AE, e con queſta cominciando da A ſi ſegnano di dieci in dieci: con che anche ſi proua, ſe le prime diuiſioni furono accuratamente fatte. Similmente ſe vna di queſte decime ſi diuide per metà (ouero ſe ne piglino trè decime, e ſi diuidano per metà) s'hauranno le diuiſioni di cinque in cinque, e la linea AE ſarà diuiſa in 20. parti vguali. E sì come le decime furono notate col numero, & vna lineetta traſuerſale, così la metà delle decine ſi nota con vna ſola lineetta più piccola, acciò ſubito ſi poſſa conoſcere, e numerare le particelle, le altre poi ſi ſegnano con

ſoli

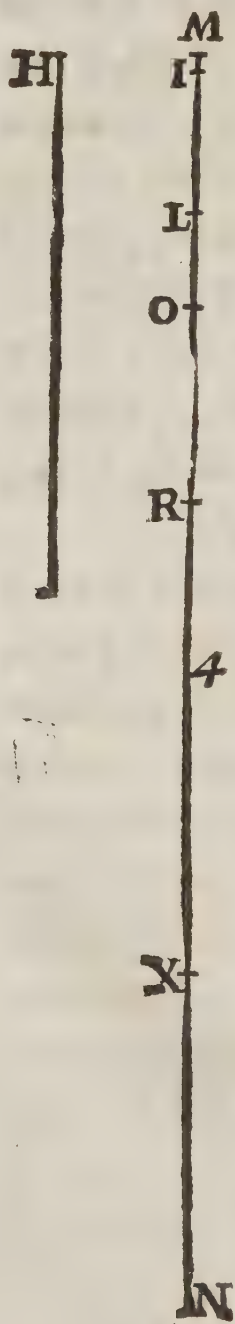
ſoli punti. Finalmente ciaſcuna di queſte parti venteſime ſi diuide in cinque particelle vguali, e ſarà tutta la linea AE diuiſa in cento particelle vguali.

E perche forſi il diuider'vna di quelle parti venteſime in cinque particelle vguali riuſcirebbe aſſai difficile, piglisi da A ſin a 30. e ſia la linea RS diuiſa in ſei di quelle parti venteſime. Tutta la RS ſi diuida in cinque parti vguali, il che ſi farà applicando la RS all'interuallo 100.100. come più à baſſo ſi dirà, e l'interuallo 20.20. s'applichi alla linea RS in *a*, *b*, *c*, *d*; poiche la diſtanza tra il numero 5. & il punto *a*, ſarà appunto la quinta parte di tutta quella venteſima della linea AE: Il che è manifeſto, perche RS è particelle 30; R*a*, che è quinto di RS, è particelle 6; dunque la diſtanza di 5, & *a*, è la trenteſima di tutta la RS, e così la centeſima di AE.

Ora per prouare ſe ſia giuſta la diuiſione, ſi prenda R *a*, e ſe replicata cade nel 60. ella è giuſta, e ſegnarà tutti li punti numerati dal 6. Così preſa 5 *b* ſi replichi, e ſe è giuſta, cominciando da A centro, caderà nel 70. & in tutti li numeri moltiplici di 7. Così 10 *c*, darà 8, & i ſuoi moltiplici, cadendo preciſamente in 80: e così anche 15 *d*, darà 9. & i ſuoi moltiplici, cadendo nel 90. Et in queſta maniera traportando li ſudetti interualli non ſolo dalli punti delle decime, mà anche dalle loro metà, come da 5. 15. 25. &c. ſi verranno à ſegnar tutti i punti della linea AE con molta aggiuſtatezza, ò ſe furono già ſegnati, ſi conoſcerà la buona diuiſione.

QVESTIONE PRIMA.

Come si troua la parte determinata in numeri d'vna linea data.

S Ia data la linea MN longhezza della Cortina in vn disſegno di qualche Fortezza, e volendoſi prendere la diffeſa dal quinto della Cortina, ſi cerchi la ſua quinta parte. Allarghiſi lo Stromento in modo, che la diſtanza 100. 100. ſia la MN: poi eſſendo 20. la quinta parte di 100. ſi pigli la diſtanza 20. 20, ritenendo la ſteſſa apertura dello ſtromento, e queſta ſara la MO quinta parte cercata di MN. Mà ſe la linea foſſe tale, che la parte cercata foſſe molto piccola, ſi prenda l'interuallo del reſto: come nella figura antecedente; ſe della linea RS ſi deſidera la parte trenteſima, s'applichi RS all' interuallo 30. 30. & à quell'apertura ſi prenda l'interuallo 29. 29. & il Compaſſo tagliando 29 parti della linea RS, laſcierà vna trenteſima. Preſo dipoi l'interuallo 28. 28. e queſto applicato alla linea RS, laſcierà due trenteſime, e così di mano in mano. Se bene fatta la prima operatione, ſe l'interuallo S*i* è di parti 29, vguale à queſto ſia R*e*, ſimilmente di parti 29: la diſtanza *ie* è di particelle 28: queſta dunque applicata da S, darà S*u* parti 28: così *ue* ſarà parti 27. e perciò queſta applicata da S, darà S*o* di parti 27; e così dell'altre.

M
H I
L
O
R
4
X
N

Che

Che se si cercasse tal parte, la quale non fosse precisamente nel numero 100; piglisi vn'altro numero, che habbia tal parte, e sopra di quello si ponga la longhezza MN, e poi il numero, che sarà la parte cercata del numero preso, darà la longhezza cercata. Per cagion d'essempio si desideri della data linea MN vna parte, che sia quattro vndecime. Non si potendo il 100 diuidere giustamente per 11, prendo vn numero qualsiuoglia, che sia numerato dall'11; e sia 88. Apro lo Stromento in modo, che MN sia la distanza di 88; e perche l'vndecima parte di 88 è 8, questo replico quattro volte, e 32 sono quattro vndecime: piglio dunque la distanza 32. 32, & è MR quattro vndecime di MN. Vn'altra maniera di trouai vna parte assai piccola, vedrai nel capo 7, questione 3. nel fine.

Di quì si vede, che data vna linea maggiore, se ne può trouar vna minore in qualsiuoglia proportione di quelle, che con numeri si ponno esprimere, pigliando dentro à 100 due numeri nella data proportione; & applicata la linea data al maggiore di questi due numeri, il minor numero darà la linea minore cercata. E se per auuentura li due numeri esprimenti la proportione fossero tali, che eccedessero il 100, si riducano à centesime; che per l'operatione Mecanica vi sarà pochissimo sbaglio. Il che si fà (per ricordarlo alli meno prattici) moltiplicando per 100 il Conseguente della Proportione, & diuidendo il prodotto per l'Antecedente; e s'haurà la proportione espressa con due noui termini, il maggior de' quali sarà il 100. & il minore, che si cerca, sarà il Quotiente, che risulta da cotal diuisione. Sia per cagion d'essempio la medesima linea MN, e se ne cerchi vna minore, ò parte di MN in tal proportione, che siano come 3, a $2\frac{8}{50}$, che è quanto dire

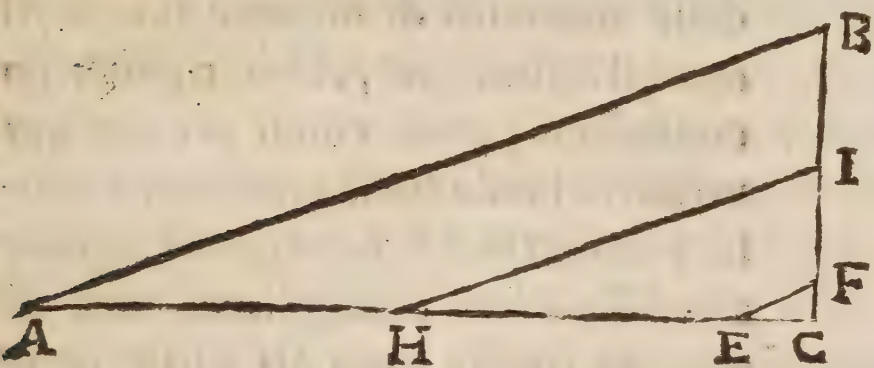
to dire

to dire come 150 à 108. Moltiplico 108 per 100, & è 10800, questo diuido per 150, e ne viene 72. Applico dunque la linea data al 100. 100, e la distanza 72. 72, mi dà MX, che è quello, che si cercaua. In questo essempio però, perche 150, e 108 sono ambidue pari, basta diuidere ciascuno per metà, e ne' numeri 75, e 54 s'esprime la stessa proportione; onde applicando MN à 75. 75. la distanza 54. 54 darà l'istessa MX.

Mà se la linea data fosse così lunga, che ò non hauessimo Compasso così grande, che bastasse à prenderla tutta, per applicarla al nostro Stromento, ò lo Stromento fosse così piccolo, che allargato non potesse capire tutta la linea data; Allhora vna cotal linea si diuida per mezo, e se ancora riuscisse troppo lunga, la metà si diuida di nuouo per mezo, e s'haurà la quarta parte, e questa quarta parte s'applichi allo Stromento, come s ella fosse la linea proposta, e si cerchi la parte determinata come sopra; e poi questa replicata tante volte, in quante parti è stata diuisa la linea data, sarà la parte, che si desidera: onde se solo si diuise in due questa parte trouata, si raddoppia, e se quella fù diuisa in quattro, questa si replica quattro volte, perche le parti con i moltiplici han la stessa proportione (per la 15. del 5.) Così figurandoci vna linea lunga 300 determinate particelle, si prende la sua quarta parte, che sia 75. e s'applichi allo Stromento 75. 75, e se si vogliono due terzi di tutta la data linea (che sono 200) si prendano li due terzi di 75, che sono 50. e perche la linea tutta fù diuisa in quattro, si replichi questa linea trouata tra 50. 50 quattro volte, e saranno appunto li due terzi della linea data, cioè 200; poiche come 50 à 75, così 200 à 300.

Che se dalla linea data si douesse cauar vna parte denomi-

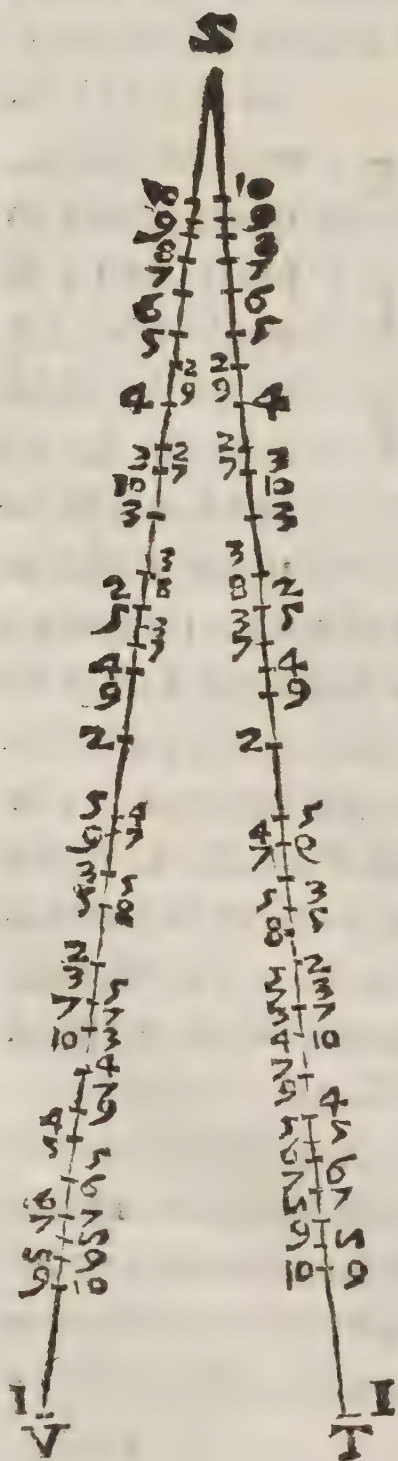
nata

nata da vn numero Primo maggiore del 100, che è il massimo della linea dello Stromento, tirisi vn'altra linea arbitraria, che faccia angolo con la linea data; & in quella prendasi separatamente l'eccesso sopra il 100, e poi il 100, con hauer data allo Stromento quell'apertura, che più piacerà. Dipoi congionti gli estremi con vna linea, si tiri à questa dall'estremo della prima diuisione vna parallela; & si hauerà l'intento.

Sia data la linea BC della quale diuisa in parti 111, si vogliano 11 parti. Tirisi ad arbitrio la linea CA, & aperto arbitrariamente lo Stromento, prendasi l'interuallo 11. 11, e sia CE: indi la distanza 100. 100, e sia EA. Dunque CA è di parti 111. Congiongasi AB, & à questa linea si tiri parallela la EF; e così delle 111 parti di tutta la BC, ne saranno 11 la parte CF: poiche come CE à CA, così CF a CB. L'istesso s'intenda, se l'eccesso sopra 100 non douesse essere la parte cercata; mà per esempio si volessero 58 delle 111. Fatta CA di 111, prendasi in essa CH 58 parti come sopra, e tirata la parallela HI, si hauerà l'intento, cioè IC 58.

Mà forsi per gli Artefici, che per lo più cercano vna parte aliquota, ò più parti aliquote non maggiori delle decime, tornarà commodo vn'altra sorte di linea Aritmetica, in cui siano notate le parti aliquote sin alle decime; come se si prenda la ST, & in essa si noti la sua metà, il terzo, il quarto, e

così di mano in mano sin alla decima; e per maggior commodità dell'operare, parimente, si notino le frattioni non equivalenti ad vn'altra parte aliquota, ò ad vn'altra frattione; e queste frattioni si notino al suo punto con due numeri, cioè col suo Numeratore, e suo Denominatore: Così si deue notare $\frac{3}{5}$ mà non $\frac{6}{10}$, che à quella sono vguali; $\frac{1}{3}$ mà non $\frac{2}{6}$, ò $\frac{3}{9}$, e così de gli altri. Solo deue auuertirsi di mettere li numeri con tal distintione, che non generino confusione, onde vno si prenda per vn'altro. Nella stessa maniera sia diuisa, e notata la SV totalmente vguale alla ST. Non consegliarei però di mettere questa linea (la quale però chiamasi Diuisoria) sopra dello Stromento, in cui deuono mettersi le altre linee, delle quali si dirà più auanti; à fine che li numeri di questa linea non si confondano con quelli d'altre linee vicine; Mà sarei di parere, che si mettesse questa in vno Stromento particolare, massime, che gli Artefici più ordinarij non hanno bisogno di quell'altre linee, e di questa puonno grandemente giouarsi.

L'vso di questa linea è manifesto; perche posta la linea da diuidersi, ò di cui si voglia vna parte determinata, nell'estremità alli punti 1. 1, l'inter-

uallo

uallo corriſpondente alla parte cercata ſubito la darà. Che ſe la linea data foſſe troppo lunga, ſi tagli per mezo, ò in quattro parti, e con la metà, ò il quarto applicato alli punti 1. 1. ſi operi come ſopra; poiche la parte trouata dourà raddoppiarſi, ò quadruplicarſi per hauere la parte da principio cercata. Così potrebbono i Legnaiuoli in vn gran Compaſſo di legno, computando le ſue punte nella lunghezza, deſcriuere le ſudette parti; perche con detto Compaſſo preſa la lunghezza della linea da diuiderſi, ſubito gl'interualli notati ſù le gambe del Compaſſo lor darebbono la parte cercata.

Potrà anche queſta linea Diuiſoria ſeruire à Moltiplicar, e Diuidere qualſiuoglia numero, il cui Moltiplicatore, ò Diuiſore ſia vn numero in eſſa notato. L'operatione è fondata ſopra la verità nota à gli Aritmetici, che nella moltiplicatione l'Vnità al Moltiplicatore hà la ſteſſa proportione, che il Moltiplicato al Prodotto, e nella Diuiſione l'iſteſſa proportione hà il Diuiſore all'Vnità, che hà il Diuiſo al Quotiente; eſſendo manifeſto, che tante volte l'vnità è contenuta dal Moltiplicatore, ò dal Diuiſore, quante volte il Moltiplicato è contenuto dal Prodotto, ò il Quotiente dal Diuiſo. Or habbiaſi vna Scala di parti minutiſſime, la quale à molti vſi può ſeruire, & in eſſa ſi prenda con vn Compaſſo vn numero di particelle corriſpondente al numero dato da moltiplicarſi: ſe il Moltiplicatore è numero intiero, quella grandezza di linea preſa col Compaſſo, ſi applichi all'interuallo della parte aliquota denominata da tal numero; come ſe foſſe 7, ſi applichi alli punti 7. 7. Dipoi prendaſi nell'eſtremità l'interuallo 1.1, & applicato alla Scala ſodetta, ſi trouarà nel numero delle particelle eſpreſſo il numero Prodotto, eſſendo che il primo interuallo al ſecondo, per la coſtruttione, è come $\frac{1}{7}$ ad 1, cioè,

come

come 1 à 7: dunque le particelle applicate al primo interuallo sono come 1 à 7 in riguardo delle particelle trouate col secondo interuallo, cioè il Moltiplicato al Prodotto. Così douendosi moltiplicar 14 per 7; piglio nella Scala 14 particelle, & allargo lo Stromento tanto, che le possi applicare al 7. 7; quindi prendo l'interuallo 1. 1, & applicatolo alla Scala trouo parti 98; e tanto si fà moltiplicando 14. per 7.

Mà se il Moltiplicatore fosse vno de' rotti notati sù lo Stromento, deue operarsi differentemente; cioè il numero Moltiplicando si applica alli punti 1. 1; e l'interuallo del rotto dato darà il Prodotto. Cosi volendo moltiplicar l'istesso 14 per $\frac{6}{7}$, applico il numero dato all'interuallo estremo 1. 1; e l'interuallo $\frac{6}{7}$. $\frac{6}{7}$ darà nella scala 12, che è il numero Prodotto, essendo come l'Vnità à $\frac{6}{7}$, così 14 à 12.

Similmente nella Diuisione prendo nella Scala il numero dato da diuidersi, & allargo lo Stromento sì, che capisca trà l'estremità 1. 1; dipoi all'interuallo corrispondente al numero intiero del Diuisore trouo la linea, che sù la Scala dà il Quotiente. Habbiasi à diuidere 176 per 8: Nella scala prendo 176, e l'applico allo Stromento in 1. 1: all'interuallo 8. 8; trouo tal linea, che sù la Scala mi dà 22: poiche come 1 ad $\frac{1}{8}$, cioè come il Diuisore 8 à 1, così il Diuiso 176 à 22 Quotiente.

Mà se il Diuisore fosse vn Rotto delli notati, à quell'interuallo douria applicarsi il numero Diuiso, perche l'interuallo 1. 1 daria il Quotiente cercato, à cui il diuiso hauerebbe la stessa proportione, che hà il Diuisore all'Vnità. Habbiasi à diuidere 176 per $\frac{2}{3}$: presa dalla Scala la lunghezza di parti 176, l'applico alli punti $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{3}$: dipoi l'interuallo 1. 1, traportato sù la Scala darà il Quotiente 264: poiche veramente il

te il Rotto $\frac{2}{3}$ ſi contiene 264 volte nel numero 176, e come il Diuiſore $\frac{2}{3}$ all' vnità, così il Diuiſo 176, al Quotiente 264.

QVESTIONE SECONDA.

Come ad vna linea data ſi troua vna maggiore nella proportione determinata in numeri.

LI due numeri, co'quali s'eſprime la proportione determinata ſe foſſero aſſai piccioli, ſi moltiplichino per qualſiuoglia numero tale, che il prodotto dalla moltiplicatione per il maggiore non ecceda 100. Poi ſi piglino queſti due prodotti come Antecedente, e Conſeguente della Proportione, e la linea data s'applichi nello Stromento al numero minore, poiche il numero maggiore darà la lunghezza della linea cercata. Sia la figura prima della queſtione precedente, data la linea H, la quale debba ad vn'altra linea hauer la proportione di 3 à 7. Moltiplico così il 3 come il 7 per 10, e ſono 30, e 70. Allargo lo Stromento, & applico la linea H alla diſtanza 30, 30; e poi ritenendo lo Stromento così allargato, prendo la diſtanza 70. 70, e ſarà la linea MN cercata. In queſta maniera ſe foſſe data in diſſegno vna fronte humana, quanto è dal mezo doue finiſcono le ſopraciglia ſin alla radice de'capegli, ſi trouerà la lunghezza della faccia, pigliando vna linea trè volte maggiore: E perche la faccia è la decima parte, come ſcriue Vitruuio lib. 3. cap, 1. ò come altri vogliono, la nona parte di tutta la giuſta ſtatura humana, data la fronte ſi pigli vna lina, che ſia 30, ouero 27 volte maggiore, e ſi haurà l'altezza del corpo proportionato.

Che se la linea data fosse così grande, che non capisse commodamente nell'apertura dello Stromento, operisi come s'è detto nel fine della questione precedente; cioè piglisi vna sua parte aliquota, e con essa s'operi al modo detto; poiche questa linea trouata, e replicata tante volte, in quante parti la linea data fù diuisa, sarà appunto la linea cercata.

Se finalmente la proportione fosse determinata in numeri ambidue maggiori di 100. riducasi à denominatione di centesime, facendo come il Conseguente maggiore all'Antecedente, minore nella Proportione data, così 100 ad vn'altro numero, e con questi due vltimi s'operi, applicando la linea data al numero minore trouato, e la distanza 100. 100, darà la linea cercata. Mà se de' numeri esprimenti la proportione, sol'il maggiore eccedesse 100, basterà, applicata la linea data al numero minore, pigliare per la linea cercata prima la distanza 100. 100, poi la distanza del resto del numero, e di queste due distanze farne vna sola linea.

Così per essempio habbiamo dato il Semidiametro d'vn cerchio, e vogliamo vna linea retta prossimamente vguale alla Semicirconferenza. Sappiamo per la Dottrina d'Archimede, che la Circonferenza al Diametro (l'istesso è delle loro metà) è minore, che la tripla è dieci settantesime, mà maggiore, che la tripla è dieci settantunesime. Sì che la prima proportione di 7 à 22, la seconda di 71 à 223. Sia dunque il semidiametro dato la linea B, la quale applicata al 7. 7, ouero 14. 14, darà nelli 22. 22, ouero 44. 44, la linea C vn poco maggiore della vera Semicirconferenza. Per hauer poi l'altra proportione applichisi la linea B alli 71. 71, e poi per li 223, piglisi due volte 100. 100, e poi 23. 23. e sarà vna linea di 223 particelle, delle quali B ne hà 71, così poco differente

ferente dalla linea C, che riuſcirà inſenſibile la differenza. Mà ſe la linea B foſſe ſtata molto maggiore, allhora ſaria riuſcita queſta ſeconda linea minore di C, con differenza tale, che per hauer la Semiciconferenza proſſima alla vera, ſi douria à queſta minore di C aggiungere la metà della accennata differenza.

C B

QVESTIONE TERZA.

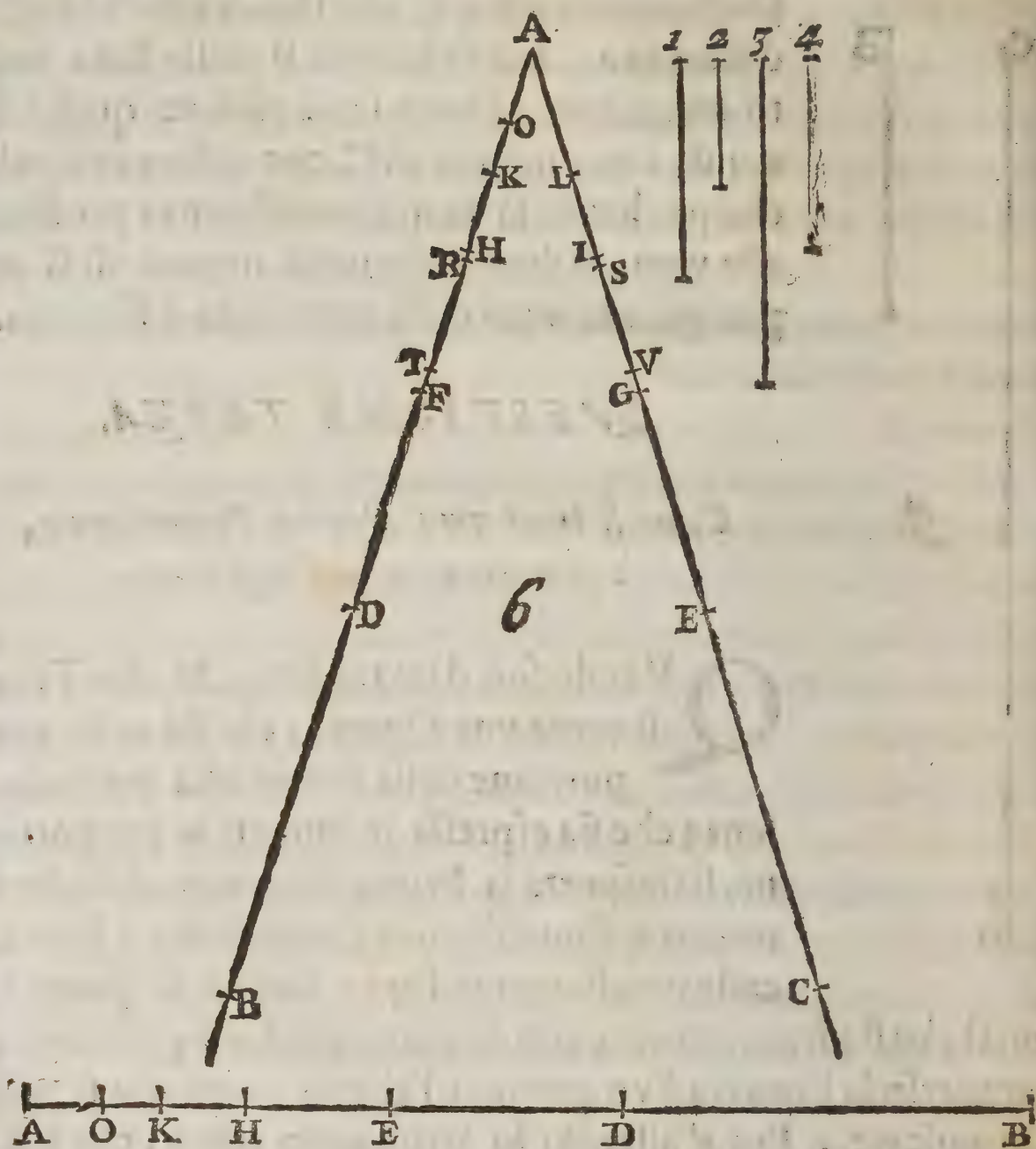
5

Come ſi troui vna Quarta Proportionale, e ſi continui vna Proportione.

QVando ſon date trè linee, & alla Terza ſi cerca vna Quarta, che ſia nella proportione della Prima alla Seconda, ſenza che ſia eſpreſſa in numeri la proportione, ſi traſporta la Prima dal centro dello Stromento A ſopra l'vno, e l'altro lato; e ſe non cade preciſamente ſopra alcuno de' punti ſegnati, baſta leggiermente con la punta del Compaſſo tagliar à trauerſo la linea tra l'vn punto, e l'altro, tanto che ſi poſſa riconoſcere. Poi s'allarghi lo Stromento tanto, che trà li due punti già ſegnati con la punta del Compaſſo capiſca la ſeconda delle linee date. Finalmente la Terza ſi traſporti ſimilmente dal centro A ſopra l'vno, e l'altro lato, e ſi ſegni il ſuo termine; poiche la diſtanza trà queſti due punti vltimamente ſegnati è la Quarta Proportionale, che ſi cerca.

1
10

Siano date trè linee 1. 2 3. e ſi cerchi la Quarta nella proportione della prima alla Seconda. Traſporto la Prima ſo-

pra l'vno, e l'altro lato dello Stromento dal centro A, e ſegno le linee laterali nelli punti R, S: Dipoi lo Stromento tanto s'allarga, che la Seconda capiſca nella diſtanza RS. Il che fattto applico la Terza sù l'vno, e l'altro lato, e ſegnati li punti T, V, prendo la diſtanza T, V, & è la Quarta proportionale cercata. La dimoſtrazione è manifeſta dalla ſeconda figura.

Di quì

Di quì apparisce, come date due linee si possa trouar la Terza in Proportione continua, e così di mano in mano: essendo che di trè continuamente proportionali, la Seconda hà ragione di Conseguente, e d'Antecedente; e perciò la distanza si trasporta dal centro A dello Stromento sopra de'lati, come s'ella fosse vna Terza per trouar la Quarta. Così sia data la linea AB diuisa in D, e si debba tagliar in proportione continua; come AB ad AD, così AD ad vn'altra. Piglio sù lo Stromento AB, AC vguali alla data AB; l'allargo tanto che capisca la Seconda trà BC. Poi trasporto la distanza BC in AD, AE, e la distanza DE è la Terza proportionale; quale trasportata in AF, AG dà la distanza FG Quarta proportionale: Così FG trasferita in AH, AI dà la Quinta HI; & HI applicata in AK, AL dà la Sesta KL, e così di mano in mano. Onde trasferite le diuisioni F, H, K, O, sù la linea data AB, questa sarà diuisa, come si cercaua, e come AB ad AD, così AD ad AE, così AE ad AH, così AH ad AK, & AK ad AO.

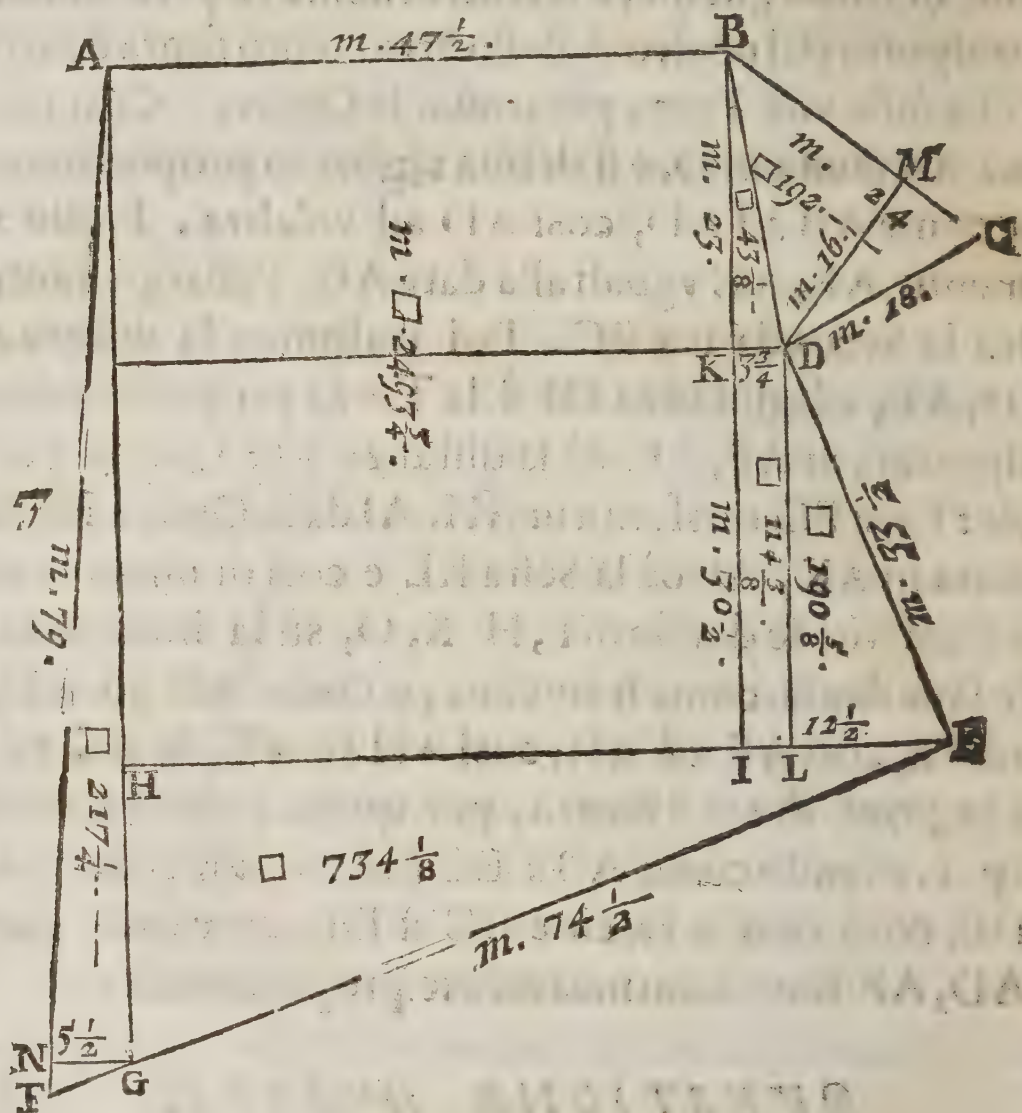
La ragione di ciò è chiara, per quello, che s'è mostrato nel cap. 1. essendo come AB à BC (intendansi tirate le linee BC, DE, &c.) così AD, cioè BC à DE cioè AF; dunque AB, AD, AF sono continuamente proportionali.

QVESTIONE QVARTA.

Come lo Stromento serua di Scala vniuersale per qualsiuoglia dissegno.

SI trouano alle volte dissegni già fatti, ne v'è aggiunta la Scala per poter ridurre tutte le linee ad vna misura Homogenea: altre volte s'hà à far qualche dissegno, & il douer

à cia-

à ciascuno far la sua Scala particolare, è fatica assai noiosa; perciò lo Stromento di Proportione seruirà di Scala vniuersale, ò siano fatti li dissegni, ò da farsi.

Primieramente, sia data la Campagna dissegnata ne' suoi termini A B C D E F, di cui si desidera sapere la grandezza. Se vno de' lati è conosciuto in misura, s'applichi quella linea al numero corrispondente nello Stromento: Come se il lato AF si sapesse essere passi 79. la lunghezza AF s'applichi à 79. 79, e l'altre linee tutte applicate allo Stromento, ritenuta la primiera

primiera apertura mostreranno di quanti passi siano; & operando conforme alli precetti della Geodesia, si verrà à trouare la grandezza di tutta la Campagna. Et acciò chi non è prattico, possa quì apprendere la forma, piacemi di mostrare, come si tirino le linee per cauarne poi la grandezza dell' area.

Dal punto A alla linea AB tirisi la perpendicolare AG: poscia dall'angolo più basso E si tira la EH perpendicolare alla AG; che perciò EH vien ad esser parallela alla AB (per la 28. del primo) è doppo questo dall angolo più interno, che quì è B si tira la linea BI parallela alla AH: onde si hà il parallelogrammo AI.

Doppo questo dall'angolo D si tirino due linee DK, DL perpendicolari alle linee BI, & EI, sopra le quali cadono; e si hà il piccolo Rettangolo KL. E perche resta il Trapezio BKDC, tirisi la linea DB, che lo diuide in due Triangoli. Si che dall'area cauati li parallelogrammi, restano li Triangoli: Ne' quali se non v'è angolo Retto, tirisi da vn'angolo al lato opposto vna perpendicolare. Così li Triangoli BKD, DLE, EHG per esser rettangoli, non han bisogno d'altra perpendicolare; come ne'Triangoli, AGF, BCD, fà di mestieri tirare le perpendicolari GN, DM.

Ora se vno de' lati è conosciuto, come AF passi 79 aperto lo Stromento in modo, che trà 79, e 79 capisca la linea AF, ritengasi la stessa apertura, & applicando ciascuna linea si trouerà la sua grandezza. Mà per non prendersi fatica souerchia, basta nelli parallelogrammi prendere la misura de'due lati, che fanno l'angolo Retto; e questi moltiplicati insieme danno l'area de' sudetti parallelogrammi. Nelli Triangoli poi si piglia la misura della perpendicolare, e della base, sopra

di cui

di cui ella cade; e moltiplicata la Perpendicolare per la metà della base, si hà l area del triangolo (per la 41. del 1.) E ridotte in vna somma tutte queste aree, danno tutta l'area della Campagna dissegnata.

Quindi si caua, che se il dato dissegno fosse Topografia di paese non tanto grande, che sensibilmente s'allontanasse dall'esser piano, con ogni facilità si potrà conoscere la distanza d'vn luogo dall'altro, purche vna qualche distanza sia nota, seruendo questa per dar vna determinata apertura allo Stromento: come facilmente si raccoglie da ciò, che s'è detto sin'hora.

Mà per traportar vn disegno di grande in piccolo, ò di piccolo in grande, non è di mestieri dir altra cosa più particolare, poiche ciò è manifesto da ciò che si è detto nella questione antecedente, non essendo questo altra cosa, che trouare la Quarta proportionale.

QVESTIONE QVINTA.

Date due linee trouare la loro proportione in numeri.

E' Vero, che non tutte le linee sono trà di loro commensurabili, ne hanno la proportione, che si possa esprimere con numeri, come è manifesto dalla Geometria, e dal libro Decimo d'Euclide; ad ogni modo per le operationi Mecaniche, alle volte ci basta sapere, quali siano que' numeri, che più da vicino esprimono la proportione, ò almeno li termini (per dir così) estrinseci della proportione, cioè quelli, che sono immediatamente maggiori, & immediatamente minori del douere; tra' quali prendendosi il mezo Aritmetico

si hà

i hà quel che si cerca, per quanto si può hauere Fisicamente.

C B

Ora per operare più speditamente in questa occasione, sarà bene hauer due Compassi, co'quali si prenda isquisitamente la lunghezza (ò se fossero troppo lunghe, la metà, ò altra parte aliquota) di ciascuna delle date linee, acciò variandosi l'apertura dello Stromento, si ritenga sempre nelli due Compassi aperti la stessa lunghezza delle linee date da potersi applicar allo Stromento.

5

Siano dunque date le due linee C, B, la cui proportione in numeri si cerca. Prendasi con vn Compasso accuratamente la lunghezza di C, e con l'altro Compasso quella di B, dipoi s'applichi la lunghezza di C al 100, 100, e con la lunghezza di B si vegga sopra qual numero dello Stromento aperto ella cada, e sia per cagion d'essempio su'l 32, 32; e diremo, che C à B hà la proportione di 100 à 32. Mà se la lunghezza di B fosse minore della distanza 32, 32, e maggiore della distanza 31, 31, diremo, che la proportione di 100 à 31 è maggior della vera, e quella di 100 à 32 è minor della vera: onde essendo la differenza d'vna sola centesima parte di C, basterà per l'ordinario prendere la B per 31 $\frac{1}{2}$.

10

Auanti però che si venga à questo di prendere li termini estrinseci della proportione, cioè il maggior, & il minore, conuien tentare in altri numeri, massime di quelli, che si chiamano *Primi*, cioè che non hanno altro numero, che li misuri,

& applicata ad essi la lunghezza di C, vedere se la lunghezza di B si possa applicare precisamente ad alcun numero dello Stromento, ò al contrario applicata la B ad alcun numero Primo, vedere se la C si possa applicare à qualche numero precisamente nello Stromento. Quando dunque si troua inutile ogni pruoua per hauer il numero precisamente, allhora conuien oprare come di sopra, prendendo il maggior, & il minore. Et in tal caso è meglio applicar la C al massimo numero dello Stromento, cioè al 100, più tosto, che ad altro numero più piccolo, perche essendo la differenza de' due termini trouati d'vna sola centesima, sempre più s'accosterà al vero, che se si venisse ad adoprar vna differenza denominata da vn numero minore di 100, essendo à tutti manifesto, che è minor vna centesima parte, che vna nouantesima settima del tutto.

Mà per operar ancora più precisamente in casi simili, doue non si possano hauere li numeri precisi, meglio sarà trouare la differenza d'vna parte centesima della linea minore B, perche questa è minor differenza, che vna centesima della maggiore C, perche le parti hanno la proportione de' Moltiplici, e de gl'Intieri (per la 15, del 5.) e così c'accostaremo più al vero. Tale dunque sarà l'aperatione. La linea minore B, s'applichi nello Stromento al 100. Poi la stessa B si caui dalla maggiore C, quante volte si può, e siano per essempio trè volte; si che resta vna parte della C, minore della data B; e sia questo restante I O. Onde di quali parti 100 è B, di tali 300 è CI. Presa dunque col Compasso la IO, & applicata allo Stromento, trouo che è maggiore, che la distanza 14, 14 è minore che trà 15. 15. Sì che dico, che B à C, hà la proportione maggiore di 100 à 315, e minore di 100 à 314; poiche

la

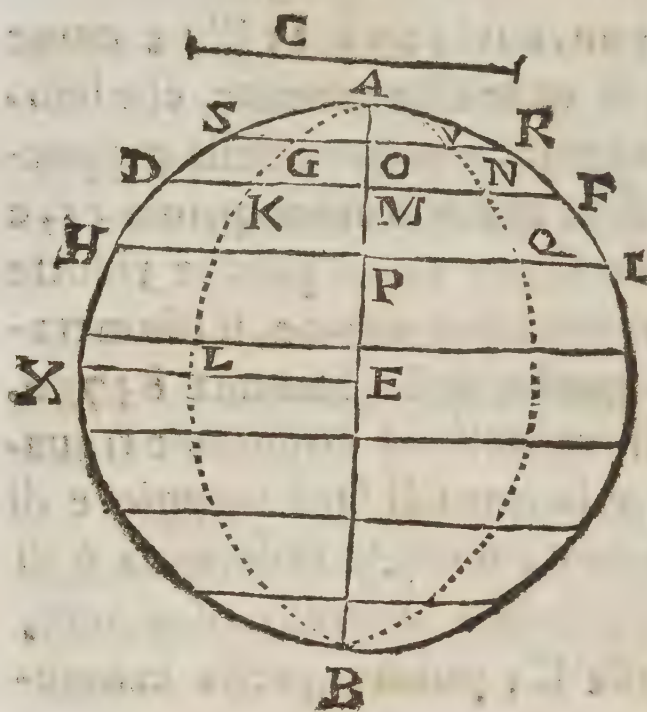
la linea C è minore di 315, e maggiore di 314. E per il contrario C à B hà la proportione minore di 315 à 100, e maggiore di 314 à 100, come è manifesto dalla 26. de l 5.

Ora se si farà come 315 à 100, così 100 à $31\frac{235}{315}$; e come 314 à 100, così 100 à $31\frac{266}{314}$; si vede chiaramente, che habbiamo li due Conseguenti maggior, e minore della proportione in termini più vicini trà di se, che non erano prima 31, e 32, mettendo la linea maggiore C per 100: poiche ridotte le due frattioni allo stesso Denominatore 98910, il Numeratore della prima sarà 73790, quello della seconda 83790. E ridotti tutti gl'Intieri alla denominatione commune trouata, sarà la linea C 9891000, e la linea B sarà maggiore di 3140000, e minore di 3150000; onde la differenza è di 10000 particelle di tutta la C; la qual differenza è minore, che la centesima parte della stessa C; poiche questa centesima è delle particelle di C 98910.

QVESTIONE SESTA.

Dati gli Assi d'vn' Ellipsi, descriuere la sua circonferenza.

SIa data la linea AB Asse maggiore, e la linea C Asse minore d'vn'Ellipsi, e si voglia descriuere l'Ouato, di cui sono Assi. Primieramente per la Quest. 5. antecedente si troui in numeri la loro proportione, e sia per esempio come di 5 à 3. Dipoi circa AB come diametro si descriua vn circolo: e dal punto estremo A si prendano di quà, e di là archi vguali ad arbitrio AS, AR; AD, AF; AH, AI &c. e con linee rette congionti li punti vgualmente distanti dall'estre-

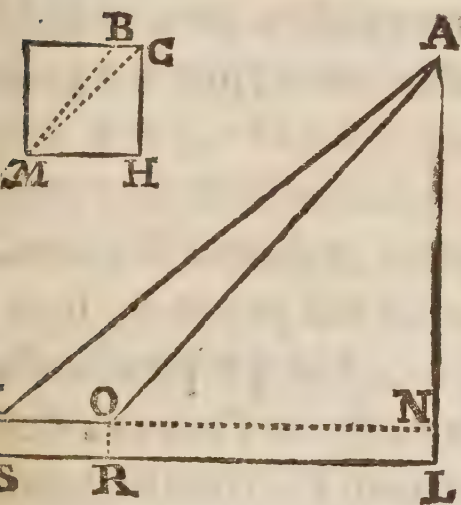
mità A, taglieranno il diametro AB ad angoli retti in O, M, P &c. E così le linee perpendicolari alla AB saranno parallele trà di loro, & ordinatamente applicate così al diametro del circolo, come all'Asse maggiore dell'Ellipsi.

Mettansi dunque ciascuna delle applicate nel circolo ad vn numero della linea Aritmetica, che habbia vn'altro numero, à cui ella sia come 5 à 3, come saria 50, 50; e 30, 30: perche il secondo interuallo 30, 30, darà l'Applicata dell'Ellipsi: Così OR ad OV; MF ad MN; PI à PQ, e così susseguentemente, saranno come 5 à 3, e pigliarassi ad OV vguale OG, & à MN vguale MK &c. perche la linea tirata per li punti Q, N, V, A, G, K, &c. sarà Elliptica.

Ciò si demostra, perche nell'Ellipsi i Quadrati delle Applicate hanno la proportione delli rettangoli fatti dalli segmenti del diametro, à cui sono Applicate: e nel circolo i Quadrati delle perpendicolari OR, MF sono vguali alli rettangoli AOB, AMB fatti dalli stessi segmenti: dunque come il Quadrato di OV al Quadrato di MN, così il Quadrato di OR al Quadrato di MF. Dunque per la 22. del 6. come OV ad MN, così OR ad MF, e permutando come OV ad OR,

ad OR, così MN ad MF; e perche OV ad OR per la costruttione sono come l'Asse maggiore AB all'Asse minore C, cioè come le loro metà EX ad EL; dunque il Rettangolo AEB al Rettangolo AOB è come il Quadrato della metà dell'Asse minore al Quadrato dell'Applicata OV.

QVESTIONE SETTIMA.

Come potiamo seruirci dello Stromento di Proportione, in vece delle Tauole Trigonometriche, per la solutione di molti Triangoli.

SE bene ciò apparisce assai chiaramente da ciò, che s'è detto nella questione 4. ad ogni modo per maggior spiegatione è bene accennarlo quì più particolarmente. Sia per cagione d'essempio vna Torre, la cui altezza, e distanza da noi, desideriamo di conoscere. Prendasi vn piano di qualunque sorte, come saria vna tauola, MHC, e si ponga in sito verticale con la Torre, di modo, che la linea retta del suo lato MH sia parallela all'Orizonte: poi collocato l'occhio nel punto M, e riguardando la cima della Torre, sia il raggio visuale la linea MB, la quale si segni. Fatto questo, si tiri l'osseruatore più indietro, in modo però, che nella stessa dirittura siano la Torre, & i luoghi delle due osseruationi: e in questo secondo luogo di nuouo collocata la tauoletta

MHC

MHC come prima, si noti il raggio visuale MC, il quale necessariamente cade di sotto di BM, douendo l'istessa Torre in sito più lontano apparire sotto angolo minore; e così CMH deue essere minore di BMH: e se tutto ciò sarà fatto accuratamente, habbiamo tutto ciò, che ci fà di mestieri al nostro intento.

Tirisi dunque in vn piano à parte la linea IN indefinita, e dal puuto I si tiri vn'altra linea parimenti indefinita, mà che faccia in I l'angolo vguale all'angolo CMH, che è il minore delli due osseruati. Dipoi nella IN piglisi il punto O arbitrariamente, e si faccia in O vn'altr'angolo vguale all' angolo BMH, che è il maggiore delli due osseruati. Et in tal maniera IO rappresenta la distanza delli due luoghi dell'osseruatione; e le due linee OA, IA, che s'incontrano in A, rappresentano li due raggi visuali, che si terminano nella cima della Torre. E che s'incontrino in A, è manifesto, perche li due angoli AOI, AON son vguali à due retti (per la 13. del lib. 1.) l'angolo AIO è minore dell'angolo AON, per la construttione, dunque li due AIO, AOI son minori di due retti; dunque quelle due linee son conuergenti, e da quella parte s'incontrano; e ciò si fà in A. Se dunque dal punto A, sopra la linea IN parallela all'Orizonte, si tirarà la perpendicolare AN, questa sarà l'altezza della Torre sopra l'altezza dell' occhio dell'osseruatore, la quale ponendoli IS, ò la sua vguale OR, sarà tutta l'altezza della Tore AL, e la sua distanza sarà ON, cioè RL.

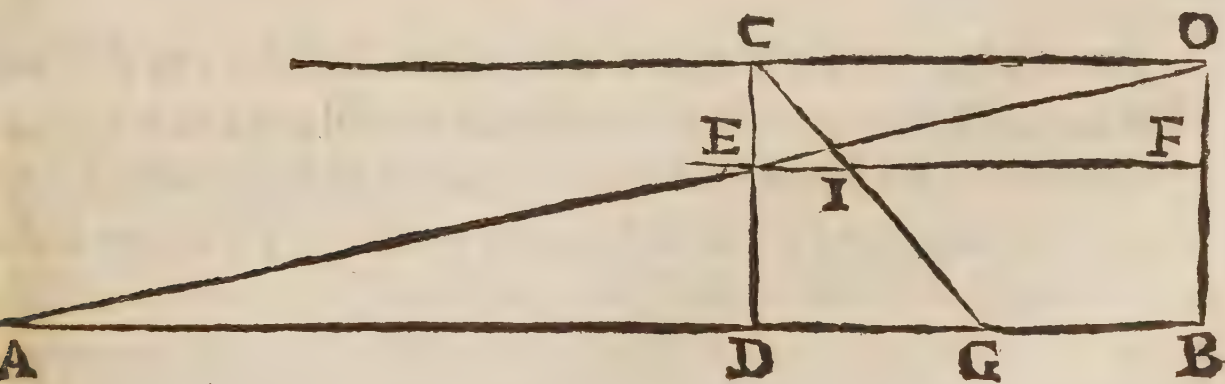
Ora portando sopra dello Stromento la linea IO come 100, trouo per la questione precedente, che AN è 374, & ON 328. Sì che essendo nota la distanza de' due luoghi dell' osseruationi per cagion d'essempio di passi 18, trouo, che se

IO 100 è passi 18, AN 374 è passi 67 $\frac{1}{3}$ prossimamente, & ON 328 è passi 59. Se dunque all'altezza AN passi 67 $\frac{1}{3}$ s'aggionga l'altezza dell'occhio sopra il piano del piede della Torre, per essempio di piedi Romani 6, sarà tutta l'altezza cercata AL di piedi 342 $\frac{2}{3}$, e la distanza cercata ON, ouero RL di piedi 295.

Di qui è manifesto, che dato qualunque triangolo, si può trouare la proportione de'suoi lati; e se vno di questi è conosciuto in misura determinata, si verrà anche in cognitione della quantità de gl'altri due lati nella stessa misura.

QVESTIONE OTTAVA.

Come serua per la Prospettiua lo Stromento.

SIa l'occhio O, il punto della vista C, in distanza di piedi 10 $\frac{1}{2}$; l'altezza dell'occhio OB piedi 6; à cui è vguale

DC. AB è l'Orizonte. Non essendoui spatio nel Piano dato per tutte le distanze, così potrassi operare con la sola linea DC, col Compasso di Proportione.

Primo

Primo, Data la diſtanza dell'oggetto, trouare in qual parallela all'Orizontale caſchi.

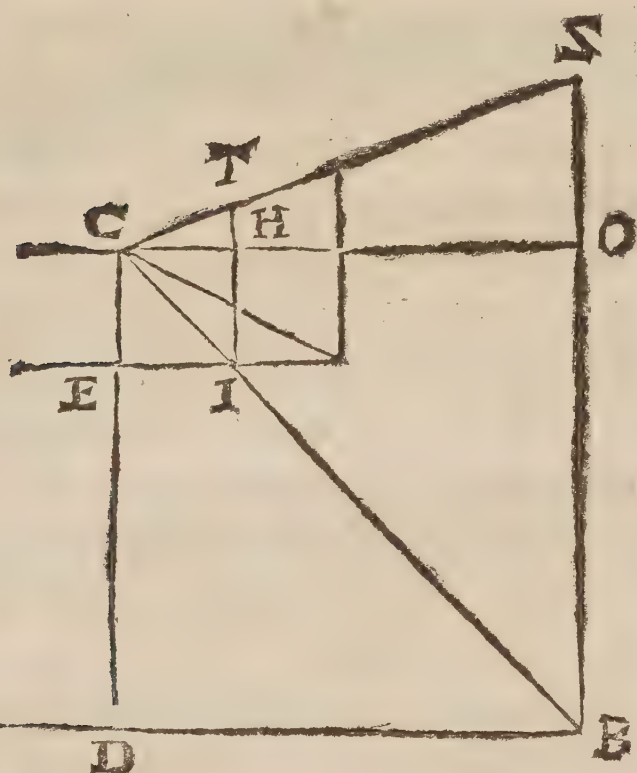
Prendaſi DC, e ſi metta ſul Compaſſo di Proportione al numero corriſpondente alla diſtanza dell'oggetto dall'occhio; e poi al numero corriſpondente alla diſtanza dell'occhio dal Quadro, ſi trouerà quanto ſotto al punto della viſta C ſi debba tirare la cercata parallela. Sia la diſtanza dell'oggetto BA piedi 28 $\frac{1}{2}$, & OC piedi 10 $\frac{1}{2}$. Metto la DC all'interuallo 57, 57: e preſo l'interuallo 21. 21. mi viene CE, per cui ſi tirarà la parallela EF. La ragione per la ſomiglianza de' triangoli ADE, OCE è manifeſta, perche come AD à OC, così DE à EC, e componendo come AD ✠ OC (cioè AB) à OC, così DC à CE.

Secondo, Data la lontananza dell'oggetto dal piano Verticale, in cui è l'Aſſe Viſuale, trouare il ſuo luogo nella data diſtanza.

Prendaſi la CE, e ſi metta al numero dell'altezza dell'occhio ſopra l'Orizonte; & al numero della diſtanza dell'oggetto dal mezzo, ſi hauerà l'interuallo douuto nella parallela trouata. Sia dunque data la diſtanza di piedi 5. 3', come ſaria DG. Perche CD è 6 piedi, intendaſi 60'. Dunque CE poſta al 60. 60, l'interuallo 53. 53 darà EI. (ſe CE è troppo piccola, prendaſi il triplo, e poi della linea trouata ſi prenda la terza parte, e ſarà la EI). La ragione è, perche come CD à DG, così CE à EI.

Terzo,

Terzo, Dato il luogo nel piano della Perspettiua, data la distanza dell' occhio dal quadro, e data l'altezza perpendicolare del corpo, trouar il punto doue si terminarà.

Sia il punto I il luogo nel piano della Perspettiua: l'altezza data sia di piedi 15 $\frac{3}{8}$, cioè BS; la distanza dell'occhio OC piedi 10 $\frac{1}{2}$. Faciasi come CO ad SB, così CH, cioè EI data, ad IT. Ora CO ad IB è come 21 à 30 $\frac{3}{4}$; messa dunque la EI all' interuallo 21.21, l'interuallo 30 $\frac{3}{4}$. 30 $\frac{3}{4}$ darà la IT cercata.

Di qua si vede quanto facile sarà trouare le conuerse di queste trè propositioni. Primo, se si farà come CE à CD, così OC à BA, s'haurà la distanza dell'oggetto. Secondo, se come CE à EI, così CD à DS, s'haurà la distanza dall'asse visuale. Terzo, se come EI à IT, così CO à BS, s'haurà di quanta altezza perpendicolare sia l'oggetto visto in IT.

QVESTIONE NONA.

Come potiamo valerci dello Stromento per practicar in Numeri la Regola del Tré, ò Aurea, che vogliamo dire.

QVesta prattica veramente non può riuscire tanto precisa per ragione de' Rotti, mà per gl'Intieri apparisce facilissima, e presta. Si pigli dal centro A dello Stromento con vn Compasso la distanza fin al punto corrispondente al secondo numero delli trè dati (ò per parlare più vniuersalmente, corrispondente al numero, che è il Conseguente trà li dati) & à questa distanza s'allarghi lo Stromento, applicandola al punto corrispondente al numero, che è Primo Antecedente della Proportione: perche all'incontro del punto, che corrisponde al Terzo numero, ò al Secondo Antecedente, si prenderà la distanza nello Stromento; e questa applicata dal Centro A sopra la linea dello Stromento mostrerà il Quarto numero cercato.

Sia per cagion d'essempio, ch'io habbia comprato 54 braccia di panno per 36 zecchini; & vn'amico ne vorrebbe hauere 21 braccia; Quanto hà egli à pagare per sua parte? Piglio col Compasso nello Stromento dal centro fin al punto 36; questa distanza applico al 54. 54. E ritenendo questa apertura piglio la distanza 21.21. Questa traporto dal centro dello Strumento sù la linea, e vedendo che cade sul punto 14, dico al mio amico, toccali per sua parte à pagare 14 zecchini.

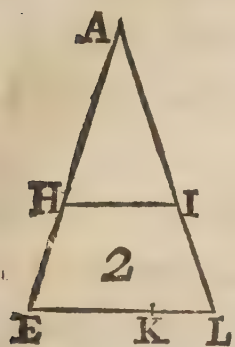
La dimostratione di ciò è manifesta, perche se di quali parti 54 è AE, di tali 36 s'è presa EL, dell'istessa misura hauendone

done AH 21, ſeguirà che HI applicata dal punto A alla linea AE caderà in vn punto, che moſtrarà di quante parti ella ſia in miſura homogenea al termine ſuo corriſpondente, e caderà nel punto 14.

A

H I

2

E K L

E perche l'eſſempio poſto è della regola diretta, mettiamone vn'altro dell'euerſa. Hò vna laſtra d'argento lunga piedi 2 $\frac{1}{2}$, e larga oncie 7: Vorei che l'orefice ne faceſſe vna della ſteſſa groſſezza, mà larga oncie 10; Quanto dourà eſſer longa? Quì è certo, che il Primo Antecedente deue eſſere queſto numero, che è poſto nel terzo luogo, cioè il 10; e la proportione ordinata ſarà come 10 à 7, così 30 (poiche piedi 2 $\frac{1}{2}$ ſono oncie 30) ad vn'altro. Preſa dal centro la diſtanza ſin al punto 7 la colloco trà 10. 10, e ritenuta la ſteſſa apertura dello Stromento, prendo la diſtanza trà 30. 30; e queſta diſtanza applicata alla linea dal centro, trouo, che cade nel punto 21; e così dico, che la lunghezza cercata dourà eſſere di oncie 21. Così d'vno ſquadrone di ſoldati, che hà 60 di fronte, e 25 di fianco, volendo metterne 40 di fianco, ſi cerca, quanti ſariano di fronte: la proportione ordinata ſarà come 40 à 25, così 60, ad vn'altro, & operando, come s'è detto, ſi trouarà venire 37 di fronte: vero è che ne auanzeranno 20: e perciò ſi trouerà che la punta del Compaſſo caderà tra'l 37, e 38.

Potrebbe occorrere, che li numeri foſſer ò troppo grandi, ò troppo piccioli, ſi che ò non ſi trouaſſero per la ſua grandezza nella linea ſegnata dello Stromento, che ſol arriua al 100, ò non ſi poteſſero commodamente applicar all'apertura dello Stromento per la ſua picciolezza. Se foſſero trop-

po grandi, conuien diuiderli, e prenderne vna parte aliquota; se fossero troppo piccioli, conuien pigliare li loro multiplici. E perche questo può occorrere in più modi, per distintione più chiara, sarà bene parlar di ciascuno particolarmente.

Primo delli trè numeri dati se solo il Secondo Antecedente della Proportione è maggiore di 100, si prenda la sua metà, ò il terzo, e poi il numero trouato si raddoppij, ò si triplichi, e s'haurà il quarto numero cercato. Per essempo, 24 persone in vn tal tempo consumano 30 sacchi di farina: in tempo vguale 120 persone quanta ne consumeranno? La distanza del centro sin à 30, applicasi trà 24. 24; e perche 120 non si troua nella linea, prendo la sua metà 60, e la distanza 60, 60, applicata alla linea, trouo esser 75; dunque questa raddoppiata, dico richiedersi 150 sacchi di farina per 120 persone.

Secondo, se solo il Primo Antecedente, ò solo il Primo Conseguente, ò ambidue, ò l'vn, e l'altro Antecedente sono maggiori di 100; l'vno, e l'Altro Antecedente, ò li primi Antecedente, e Conseguente, similmente si diuidano, e con quelle parti s'operi, come quelle fossero li termini dati. In vn capitale di scudi 2000 s'è fatta perdita di scudi 1120; io che ci haueuo per mia parte 75 scudi, quanto vengo à perdere? Perche li due primi numeri son troppo grandi, leuo à ciascuno vn zero, e restano le loro decime parti 200, e 112: e perche questi ancora son troppo grandi, li diuido per metà, e sono le lor ventesime parti 100, e 56. Prendo dunque dal centro al punto 56, e l'applico tra 100.100: poi trà 75.75 prendo la distanza, & applicata alla linea dello Stromento, trouo ch'ella è 42; e perciò dico esser la perdita, che mi tocca di 42 scudi.

Terzo,

Terzo, ſe tutti trè li numeri dati ſono maggiori di 100, conuien diuiderli tutti trè: E ciò ſi può far ò diuidendoli ſimilmente, come ſe 200 dà 150, che darà 160? perche, tutti diuiſi per metà, dico, ſe 100 dà 75, che darà 80? & applicati li 75 tra 100. 100, la diſtanza 80. 80, mi darà 60, e queſto raddoppiato fà 120, che è quello che ſi cerca: Ouero ſi ponno diuidere ſimilmente ſolamente due, cioè ò li due Antecedenti, ò il Primo Antecedente col ſuo Conſeguente, e di quell'altro numero che reſta, prenderne quella parte che più piacerà; poiche quello, che ſi trouarà, ſarà parte ſimile del Quarto, che ſi cerca. Così ſtando nello ſteſſo eſſempio, ſe 200 dà 150, che darà 160? Piglio la metà del primo, e del ſecondo 100 è 75, e del terzo 160 piglio la quarta parte 40, & opro come prima, pigliando vltimamente la diſtanza trà 40, 40, e mi viene 30, il quale quadruplicato mi dà 120: ouero delli due Antecedenti propoſti 200, e 160. piglio la metà 100, e 80, e del primo conſeguente 150 piglio la terza parte 50, & oprando, come s'è più volte detto, trouo 40, il qual'è la terza parte del numero cercato, cioè di 120.

La ragione di queſto modo d'operare ſtà fondato nella 15, & 11 del lib. 5. d'Euclide, cioè, che le parti hanno le proportioni de' ſuoi intieri, e le proportioni ſimili ad vna ſteſſa proportione ſono ſimili trà di loro. E perciò ſe ſia come A al B, così C al D, eſſendo $\frac{1}{2}$ A al $\frac{1}{2}$ B, come A al B, anche ſarà come $\frac{1}{2}$ A al $\frac{1}{2}$ B, così C al D, eſſendo come C al D, così $\frac{1}{3}$ C al $\frac{1}{3}$ D ſarà per conſeguenza, come $\frac{1}{2}$ A al $\frac{1}{2}$ B, così $\frac{1}{3}$ C al $\frac{1}{3}$ D. E perche ſe come A al B, così C al D, vale anche permutando, come A al C, così B al D, ne ſeguirà con l'iſteſſo diſcorſo, che come $\frac{1}{2}$ A al $\frac{1}{3}$ C, così $\frac{1}{2}$ B al $\frac{1}{3}$ D. Et in tal modo è manifeſta la ragione delle ſopraccennate operationi. E quello, che

quì

quì s'è detto de gl'Intieri rispetto alle loro parti, così vale la forma di discorrere delle parti, rispetto de gl'Intieri, fatta solo la conuersione de' termini, per ciò che appresso si dirà de gl'Intieri rispetto de' suoi moltiplici. Il che hò voluto così breuemente accennare, per non replicar con tedio più volte lo stesso.

Quarto, se solo il secondo Antecedente sarà troppo picciolo, basterà raddoppiarlo, ò triplicarlo, e seruirsi di questo, come se fosse il vero Antecedente, perche del numero, che si trouerà, dourà pigliarsi la metà, ò il terzo, per hauer il numero, che si cerca. Per essempio. Vna fontana, che getta l'acqua sempre vniformemente, hà riempito vn vaso capace di 54 botti d'acqua in 23. ore, quant'ore ci vogliono per empir vno capace di sol 7 botti? Piglio dal centro sin al punto 23. e questa distanza applico all'interuallo 54. 54. Dipoi perche 7. 7. è troppo vicino, piglio la distanza 14. 14. e questa applicata dal centro cade sul punto 6; onde perche il 7 si raddoppiò, prendo la metà di 6, e dico; che in 3 ore s'empirà il vaso capace di sol 7 botti. E' vero, che ci è qualche differenza, e non sono precisamente 3 ore, mà solo $2\frac{53}{54}$, il che nell' operatione, c'habbiamo per la mano, non è da considerarsi.

Quinto, mà se solo il Primo Antecedente, ò solo il Primo Conseguente, ò ambidue, ò l'vn, e l'altro Antecedente fossero troppo piccioli, tutti due gl'Antecedenti, ò li Primi Antecedente, e Conseguente, similmente si moltiplichino, raddoppino, ò triplichino, e s'opri, come se questi fossero li numeri dati, perche ne verrà il numero cercato. Così s'io dico 7 mi dà 10, che mi darà 3? raddoppio il 7, & il 3, come troppo piccioli, & opro, come se cercassi, 14 mi dà 10, che mi darà 6? e trouo, ch'è vn poco più di 4.

Sesto,

Sesto, se tutti trè li numeri dati sono troppo piccioli, ò tutti si moltiplichino vgualmente, & il numero, che si trouerà dourà diuidersi per il moltiplicatore preso, come se tutti si raddoppiarono, si deue prendere la metà del trouato, per hauer quello, che si cercaua, come è manifesto. Ouero due, cioè ò li due Antecedenti, ò li due Primi termini si ponno moltiplicare similmente, e l'altro numero moltiplicar altrimenti, perche quel che si trouerà, si dourà diuidere per il numero, che moltiplicò quest' vltimo. Per essempio: d' vn drappo alto cinque quarte il Sarto me ne fece prendere braccia 7 $\frac{1}{2}$, ora per far vna simil veste d'vn drappo alto sol 3 quarte, quante braccia hò à comprarne? E' certo, che quì è la proportione euersa, cioè che le altezze, e le lunghezze sono reciprocamente proportionali, e come la seconda altezza alla prima altezza, così la prima lunghezza alla seconda lunghezza, che si cerca: Si dice dunque, come 3 al 5, così 7 $\frac{1}{2}$ ad vn altro: quadruplico il 3, & il 7 $\frac{1}{2}$, e sono 12, e 30; duplico il 5, & è 10. Opro dunque con questi trè numeri 12, 10, 30; e presa dal centro la distanza fin al punto 10, l'applico al 12. 12; e preso l'interuallo 30. 30, trouo essere 25. Ora perche l 5 solo si duplicò, piglio la metà di 25, e dico, che del secondo drappo me ne fan di mestieri braccia 12 $\frac{1}{2}$. E questo stesso haurei trouato, se hauessi duplicato tutti trè li numeri; perche come 6 al 10, così 7 $\frac{1}{2}$ al 12 $\frac{1}{2}$.

Mà perche spesso occorre, che l'interuallo, che si troua, non cade precisamente sul punto segnato da qualche numero intiero, si potrà trouare la frattione, & auuicinarsi più al vero in questo modo. Si prenda dal centro dello stromento con vn'altro Compasso la distanza fin'al punto prossimamente maggiore, & il numero di tal punto si moltiplichi, quanto si

può,

può, purche non paſſi il 100, & allargato lo Stromento, à queſto numero moltiplice s'applichi la lunghezza preſa con queſto ſecondo Compaſſo; e poi ſi vegga in qual' interuallo capiſca la longhezza trouata col primo Compaſſo; perche la frattione aderente all'intiero già conoſciuto, haurà per Denominatore il numero, che fù il moltiplicatore, e quanti punti ſi trouano mancare per giunger à quella diſtanza maggiore, tanta deue eſſere la differenza tra'l Numeratore, & il Denominatore della frattione. Sia per eſſempio nell'operatione trouata vna tal lunghezza, che applicata dal centro cada tra li punti 19, e 20; onde s'arguiſce, che il numero cercato è 19 con vna frattione. Ora con vn ſecondo Compaſſo preſa la diſtanza dal centro ſin'à 20, ſe applico queſta al 40.40, che è duplo di 20, non mi può dare ſe non $\frac{1}{2}$, ſe al 60. 60, che è triplo, poſſo trouar li Terzi, ſe al 80. 80, che è quadruplo, trouerò li Quarti, e finalmente ſe al 100. 100, che è quintuplo, trouerò li Quinti. Sia dunque applicata alli 100. 100: e poi col primo Compaſſo, che daua quella miſura minore di 20, e maggiore di 19, veggo in qual interuallo ſi poſſa applicare, e trouo che al 97.97, onde mancando 3 al 100 dico, che la frattione aderente al 19 è $\frac{2}{5}$; ſe ſi foſſe applicata al 99, ſaria ſtato il numero cercato 19 $\frac{4}{5}$.

La ragione di queſta operatione è, perche quelle 20 particelle applicate al 100. 100, vengono come ad eſſere diuiſe in 100 parti, cioè ciaſcuna ne'ſuoi quinti; ora ſe di quali 100 parti ſono le 20, di tali 97 ſono quell'altre, è manifeſto; che à queſte mancano $\frac{3}{5}$ per arriuar à 20, e così ſono 19 $\frac{2}{5}$. Mà ſe la diſtanza prima trouata foſſe ſtata maggiore di 24, e dal centro ſin à 25 ſi foſſe applicata al 100. 100, la frattione ſaria di Quarti, e cadendo la diſtanza trouata ſul 97. 97, ſaria il nu.

il numero cercato $24\frac{3}{4}$, poiche mancano $\frac{1}{4}$, per essere $\frac{100}{4}$, cioè 25.

Forsi riuscirà ad alcuno più facile quest'altro modo. Quando la misura trouata, e dal centro applicata su la linea dello Stromento non cade in vn punto intiero, piglisi con vn' altro Compasso la misura sin al punto prossimamente minore: & il numero di tal punto moltiplicato, sì che non arriui à 100, s'apra lo Stromento, & al punto, che corrisponde al numero moltiplicato, s'applichi la lunghezza presa col secondo Compasso; poi applicata la misura, che dà il primo Compasso, il numero de' punti, che eccedono quel moltiplicato, sarà il Numeratore della frattione, il cui Denominatore è quel che fù il Moltiplicatore. Sia la misura trouata maggiore di 17: Prendo con vn'altro Compasso dal centro sin al punto 17; e questa distanza applico al numero 68. 68, quadruplo del 17: e perciò la frattione haurà il 4 per Denominatore: applicata poi quella misura trouata maggiore di 17, trouo che capisce al 71. 71: e perciò dico, che essendo l'eccesso di 3 punti, la frattione sarà $\frac{3}{4}$, e così il numero, che si cercaua è $17\frac{3}{4}$.

La ragione di questo modo d'operare è, perche in quell'applicatione al numero quadruplo vengono le 17 vnità ad esser diuise in tutti i suoi Quarti, che sono 68; dunque se la misura trouata hà di tali Quarti 71, sarà il suo numero $17\frac{3}{4}$.

Auuertasi quì, che può occorrere, che la misura tolta col primo Compasso non possa applicarsi precisamente a due punti simili, come 71, e 71; ma solo a 71, e 72; & in tal caso è segno, che è più di trè quarti: e se cade così precisamente su due punti 71, e 72, si può prendere per vna metà; se cadesse sul 71, & alla metà del 72, si potria prendere per vn Quarto. Ora mettiamo, che cada su li 71. 72; e così oltre

li $\frac{3}{4}$, v'è la metà d'vn Quarto, che è $\frac{1}{8}$, che aggiunto alli $\frac{3}{4}$ ſono in tutto $\frac{7}{8}$. Se foſſe caduto alla metà del 72. era vn Quarto d'vn Quarto, cioè $\frac{1}{16}$, e così tutta la frattione $\frac{13}{16}$.

E per non laſciare di ſpiegare anche meglio l'vſo di queſto Stromento, per trouare con più preciſione le frattioni aggiunte a gl'Intieri, ſenza obligarci a prendere li numeri moltiplici, maſſime, che bene ſpeſſo appena ſi ponno raddoppiare, ò triplicare; perciò aggiungerò anche queſto modo d'operare. Preſo dunque, come ſi diſſe, con vn ſecondo Compaſſo dal centro ſin al numero proſſimamente minore, s'apra lo Stromento, e queſta diſtanza s'applichi a quell'interuallo, che più piace, in maniera però, che poi la diſtãza, che dà l'altro Compaſſo poſſa capire almeno tra 100.100; & il numero di tal interuallo ſarà il Denominatore della frattione. Di poi ritenuta l'apertura medeſima dello Stromento, ſi vegga in qual interuallo capiſca la prima miſura. Il numero de' punti, che queſto ſecondo interuallo è diſtante dal primo già coſtituito, ſi moltiplichi per l'Intiero numero, che ſi preſe proſſimamente minore; e ciò per la moltiplicatione ſi produce, ſarà il Numeratore della frattione.

Sia la miſura trouata maggiore di 6, ma minore di 7. Prendo dal centro ſin al 6, e queſta diſtanza applico ad arbitrio ad vn numero, per eſſempio al 50.50: e perciò le parti della frattione ſaranno cinquanteſime. Quindi applicata la miſura trouata, veggo che cade ſul 53, 53. Dunque preſo l'eceſſo 3, lo moltiplico per il numero intiero 6, e ſi fà 18, per numeratore della frattione; e perciò dico, che la miſura trouata dà il nu mero cercato 6 $\frac{18}{50}$.

La dimoſtratione di queſta operatione ſi vede dalla figura preſente doue BC è parallela alla DE, e prendendoſi BF

vguale

vguale alla DE, e congiungendosi li punti E, F con vna linea retta EF, viene ad esser EF parallela alla BD per la 33. del libro 1. Dunque per la 2. del lib. 6. come AE ad EC, così BF à FC: dunque il rettangolo fatto dalle due EC, BF, cioè DE, applicato alla prima AE darà la FC: come apparisce dalla 16. del lib. 6. Se dunque DE è il numero 6. collocato su lo Stromento nelli punti 50. 50, cioè in AD, AE, e la misura trouata BC s'addatta alli punti B, & C 53. 53, sarà come AE 50, ad EC 3, così BF, cioè DE 6 alla FC; e perciò EC 3 moltiplicando DE 6 fà 18 da diuidersi per AE 50; onde il Quotiente $\frac{18}{50}$ è la FC da aggiungersi alla BF, cioè alla DE 6; e così tutta la BC è 6 $\frac{18}{50}$ numero cercato.

Di quì si vede, che se le due misure prese co'due Compassi, come s'è detto, cadessero in tal apertura dello Stromento, che non fossero distanti, che vn punto solo, il Numeratore della frattione sarà il numero intiero preso. Come per essempio, se il numero è 27, & è applicato all'interuallo 43. 43, e l'altra misura cade sul 44. 44, diremo, che il numero cercato è 27 $\frac{27}{44}$. La ragione è, perche l'vnità moltiplicando il 27 non lo muta.

Finalmente s'auuerta in questo modo, che se la distanza EC fosse di molti punti, & il numero DE fosse così grande, che riuscisse difficile moltiplicarlo per EC così alla mente, si dourà applicare la DE più vicina al centro A, che così la BC riuscirà più vicina alla DE, & EC sarà numero minore.

In vn'altra maniera potiamo seruirci di questo Stromento per trouar il quarto numero proportionale senza applicar i

numeri al lato dello Stromento, ma a gl'interualli: e potendoci ogni punto ſeruir per due, anche ſenza compaſſo molto grande faremo ciò che deſideriamo. Per eſſempio 168 mi dà 72, che coſa mi darà 63? Diuido li 168, & li 72 per metà, e ſono 84, e 36. A qualunque apertura dello Stromento prendo l'interuallo 84. 84, con vn compaſſo, e col ſecondo compaſſo alla ſteſſa apertura dello Stromento prendo 36, 36. Ritengo li Compaſſi così, & applico il primo compaſſo al terzo numero dato, cioè à 63. 63. allargando lo Stromento, & a queſta apertura applicando il ſecondo compaſſo, trouo che cade nell'interuallo 27. 27. onde conchiudo, che il quarto numero cercato è 27. Queſta prattica è manifeſta per la coſtruttione dello Stromento; perche di quali parti 84 era la prima linea compreſa dal primo compaſſo, di tali 36 era la ſeconda: ora preſa la prima di 63, la ſeconda viene ad eſſere di 27.

Queſto modo d'operare moſtra vna grandiſſima facilità per ſciogliere le queſtioni appartenenti al moltiplico de'capitali, quando corrono intereſſi ſopra intereſſi, cioè che il frutto di ciaſcun anno a capo d'anno s'accreſce al capitale: il che ſi fà, eſſendo noto, quanto per cento ſia il frutto, perche ſe il 100 guadagna nel primo anno per eſſempio 4. ſarà il capitale del ſecondo anno 104; e così biſogna dire, ſe 100 a capo del primo anno dà 104, che coſa darà 104 a capo del ſecondo anno? e ſi troua, che dà 108 $\frac{16}{100}$. E poi ſeguitando all'iſteſſo modo a replicare la regola del Trè, ſe 100 dà 104, che coſa darà 108 $\frac{16}{100}$ a capo del terzo anno? tante volte ſi replicherà, quanti ſon gl'anni, che ſi laſcia il denaro a moltiplico. Il che, come ſi vede, porta tempo, e fatica nel calcolo. Ma ſe le linee Aritmetiche dello Stromento ſono accuratamente diuiſe,

que-

queſta operatione ſi farà con pochiſſimo trauaglio.

Sapendoſi quanto per cento ſi guadagna, prendaſi la metà del 100, che è 50, e la metà del frutto annuo: & aperto lo Stromento ad arbitrio, prendaſi l'interuallo 50. 50, ma conſeruiſi il compaſſo così aperto, come ſi preſe queſta prima miſura, ouero ſi tiri vna linea vguale à tal'apertura, per hauerne memoria, ouero ſi prenda queſta prima lunghezza vguale ad vn numero determinato di punti preſi ſul lato dello Stromento; e poi con vn'altro Compaſſo (ſe per altro in vno de' modi detti non ſi conſeruaſſe memoria della prima larghezza) eſſendo ancora lo Stromento allargato come prima, ſi prenda l'interuallo corriſpondente alla metà del capitale, e del frutto; e così ſe il frutto è 4 per 100, prendaſi 52. 52, ſe foſſe 6 per 100, prendaſi 53. 53; e così de gl'altri. Queſta larghezza vltima di Compaſſo per il ſecondo anno, di nuouo s'applichi al 50. 50, allargando lo Stromento, e di nuouo ſi prenda il 52. 52, ſe fù alli 4, ouero il 53. 53, ſe fù alli 6 per 100. Di nuouo queſt'vltima lunghezza per il terzo anno s'applichi al 50.50, con allargare lo Stromento, & al 52. 52 s'haurà la lunghezza conueniente al terzo anno; e così tante volte, quanti ſon gl'anni, che ſi laſcia a moltiplico. Finalmente ſi paragoni la prima larghezza, che fù preſa da principio con queſt' vltima trouata; e la proportione di quella prima a queſt'vltima è la proportione del capitale meſſo da principio allo ſteſſo accreſciuto d'anno in anno, con i frutti, che diuentarono capitale. Così ſe furono alli 4 per 100, troueremo che li 100 in capo a dieci anni diuentano $148\frac{1}{4}$ quaſi, cioè vn poco più d'vn quinto: Onde dico, ſe in dieci anni 100 mi danno $148\frac{1}{4}$, nello ſteſſo tempo vn capitale di dieci mila ſcudi diuerrà 148 25.

In

In altra maniera si può operare ritenendo sempre la medesima apertura dello Stromento, ma prendendo nel suo lato i numeri. Per essempio sia al 4 per 100: prendasi dal centro A sin al 52 la distanza, e questa si metta tra 50, 50, e questa è l'apertura dello Stromento senza mutarla. Ora prendasi la metà del numero del capitale, e se è troppo grande, prendasi vna parte aliquota di esso; come se fosse il capitale 300 Scudi, la sua metà è 150, prendasi 75, che è la 4. parte. E col compasso preso l'interuallo 75. 75, mettasi vna punta nel centro, e su li lati dello Stromento leggiermente si segni con l'altra punta; prendasi questo interuallo tra li segni fatti, e di nuouo dal centro si traporti, e segni su li lati; e ciò tante volte si replichi, quanti sono gli anni: così se fossero cinque anni, si prendano cinque volte gl'interualli, e l'vltimo, cioè il quinto interuallo traportato dal centro sul lato dello Stromento, darà il numero cercato; e caderà prossimamente al punto 91. Si che 75 scudi a capo di cinque anni danno 91 scudi prossimamente; e perche 75 è la quarta parte di 300, diremo che 300 scudi a capo di cinque anni saranno prossimamente scudi 364. Di questo modo d'operare la ragione è manifesta, perche ritenuta sempre l'apertura medesima dello Stromento tutti i lati a gl'interualli sono come 50 à 52, cioè 100 a 104; e perche gl'interualli successiuamente si traportano su li lati, perciò sempre si cõtinua la proportione istessa di 100 a 104.

Che se hauessi curiosità di prouarlo col calcolo, se non prenderai di volta in volta le frattioni prossime alla vera ora maggiori, ora minori, ma tutta la frattione intiera (la quale è nel secondo anno di centesime, nel terzo di diecimillesime, e così ogn'anno aggiungendo due zeri al denominatore) trouerai nel decimo anno vna frattione, che haurà

per

per denominatore l'vnità con diciotto zeri, & il numeratore tale, che è proſſimo ad vn quarto d'vnità. E ſe cercaſſi per vent'anni, l'vltimo denominatore ſaria di 38 zeri, ſempre due meno del doppio del numero de gl'anni, eſſendo che per il primo anno non ſi fà la diuiſione per 100, e per gli altri anni ſi aggiongono ſempre due zeri al denominatore. In ſomma (perche queſte coſe ſi ſcriuono per li meno eſperti) baſterà per il ſecondo anno moltiplicar il capitale col frutto in ſe ſteſſo, e per l'iſteſſo capitale col frutto, cioè per 104, ouero 105, ò altro, moltiplicar di mano in mano i prodotti; e poi vedendo quante volte hai fatto tal moltiplicatione, taglia dal numero vltimamente prodotto due volte altre tante figure; come ſe hai fatto la moltiplicatione cinque volte, taglia alla deſtra dieci figure, e queſte ſono il numeratore della frattione aderente al numero d'intieri ſignificato dall'altre figure reſtanti; e queſto ſaria il moltiplico del capitale fatto in 6 anni. Onde ſi vede eſſer quaſi vna progreſſione Geometrica, la cui Radice è il capitale col frutto, cioè 104, &c. principiante dall'vnità. E perciò in tal caſo conuiene trouar quella Potetà, ò quel Grado della Progreſſione, il cui Eſponente è il numero de gl'anni (nel che ſe bene vi ſono alcuni compendij, v'è però di molta fatica,) e trouato tal Grado della detta progreſſione, tagliarne, come s'è detto, le figure alla deſtra due meno del doppio del numero di tal Grado, perche realmente il primo termine della progreſſione non è l'vnità, ma il 100. Il che ſia detto per moſtrare di quanto compendio ſia l'vſo di queſto Stromento, con cui preſtiſſimo ſi fà coſa per altro operoſa.

Quindi volendoſi ſapere in quanto tempo raddoppiaraſſi il Capitale, ſi piglia vna linea, & all'interuallo 50.50, ſia applicata tal linea, dipoi nel modo detto, conſiderato il frutto annuo,

nuo, tante volte ſi replica l'operatione, ſin che ſi venga ad hauer allargato il compaſſo, in modo che comprenda il doppio della linea data da principio: e con quante operationi verrai ad hauere tal linea doppia della data, tanti anni ſi ricercano per raddoppiar il capitale.

Dalle coſe dette ſi raccoglie anche il modo per tramutar tra di ſe le ſpecie delle monete, eſſendo conoſciuto il lor valore, riducendolo prima alla medeſima ſemplice denominatione; come ſe il valore d'vna ſpecie di moneta foſſe compoſto di lire, e ſoldi, ſi riduce il valor d'ambidue in ſoldi, e così dell'altre denominationi di valore, e quando fatta queſta riduttione riuſciſſero i numeri troppo grandi, baſterà prendere, di ambidue li numeri eſprimenti il valore, vna medeſima parte aliquota. Per eſſempio s'hanno a ridurre Ongari in Doppie; eſſendo il valor dell'Ongaro 17 giulij, quello della Doppia 30 giulij, è manifeſto, che 30 Ongari ſono 17 Doppie, perche l'iſteſſo numero ſi produce prendendoſi trenta volte il 17, e prendendoſi diciſette volte il 30. Dunque il numero de gl'Ongari al numero delle Doppie ſarà reciprocamente come il valor della Doppia al valore dell'Ongaro. Perciò aperto ad arbitrio lo Stromento, prendo con vn compaſſo l'interuallo 30. 30, e con vn'altro compaſſo l'interuallo 17. 17. Poſcia per ridurre vn numero d'Ongari in Doppie, applico il primo compaſſo all'interuallo corriſpondente al numero dato de gl'Ongari, & il ſecondo compaſſo con la ſua apertura caderà nel numero competente delle Doppie, ò ſe ſi foſſe preſa vna parte aliquota del numero de gl'Ongari, s'haurà ſimile parte del numero delle Doppie. Così ſe foſſero dati 180 Ongari, prendo la metà, che è 90, & applico l'apertura del primo compaſſo all'interuallo 90. 90; & il ſecondo compaſſo

passo applicato, caderà al 51.51. Dunque conchiudo, che 90 Ongari sono Doppie 51, e perciò 180 Ongari sono Doppie 102. Per il contrario se volessi cambiar Doppie in Ongari, al numero delle Doppie applico il secondo compasso, con cui si prese il valore delli Ongari; e l'altro compasso darà il numero de gl'Ongari: Siano date Doppie 204, perche il numero è troppo grande, piglio la sesta parte, che è 34, & applico il secondo compasso con la sua apertura all'interuallo 34. 34, e poi l'altro compasso cadendo nell'interuallo 60.60, mostra, che si come il 34 era la sesta parte del numero delle Doppie, così il 60 è il sesto del numero de gl'Ongari, onde Doppie 204 si cambiano in Ongari 360.

Che se il valore è composto di diuerse specie, come in Venetia lo Scudo è lire 9 soldi 6, & il Zecchino nuouo lire 17, conuien risoluer tutto in soldi, si che lo Scudo è soldi 186, & il Zecchino soldi 340, e perciò 340 Scudi sono Zecchini 186, e nella stessa proportione sono le parti aliquote simili. Onde perche il 340, & il 186 son troppo grandi, si prende la lor quarta parte 85, e 46½, come se questo fosse il valore (pigliandosi adesso non più il valor in soldi, mà in grossetti, essendone 85 grossetti in vn Zecchino, e 46½ in vno Scudo) e si opera come di sopra.

Auuertasi in queste operationi essere molto meglio, e più sicuro, quando quella prima apertura dello Stromento arbitraria si piglia assai grande, perche poi nelle seguenti operationi riesce maggior distintione, senza pericolo di prender vn' intiero di più. Vero è che questa operatione, come meccanica, non darà la precisione della frattione aderente a gl'intieri, mà questa poi si troua, essendo assai hauer subito notitia de gl'intieri con qualche facilità. Come nel proposto essempio

pio si vuol sapere quanti Zecchini ci vogliono per far la somma di cento scudi. Presi gl'interualli 85, e 46½, applico il maggiore all'interuallo 100. 100, che è il numero dato degli scudi, & il minore veggo esser più di 54, e meno di 55, onde dico li 100 Scudi cambiarsi con Zecchini 54, & alcune lire di più: E queste si trouano paragonato insieme il valore di 100 Scudi, e di 54 Zecchini, poiche la loro differenza è quello, che deue aggiungersi alli 54 Zecchini trouati.

E questo che s'è detto della trasmutatione delle monete tra di loro, si deue intendere di tutte l'altre misure, ò siano dell'istesso paese con diuerse denominationi, o siano di paesi diuersi con l'istessa denominatione sì, ma con grandezze diuerse; perche hauutasi la loro proportione, si tramutano con proportione reciproca. Così perche lo stadio Romano è passi 125, & il miglio passi 1000, mille stadij Romani sono 125 miglia Romane: e perche lo stadio Greco era di piedi antichi Romani 600, e lo stadio Alessandrino di piedi 720, è manifesto, che 600 stadij Alessandrini erano 720 stadij Greci: Onde si vede correr quì la stessa operatione, che s'è detta per la trasmutatione delle monete.

Ma forsi troppo lungamente ci siamo fermati in mostrare questo vso dello Stromento di Proportione nella Regola del Trè, per desiderio d'esser meglio intesi dalli principianti: i quali dalle cose quì dette, potranno raccogliere ciò, che debba farsi in casi simili.

QVE-

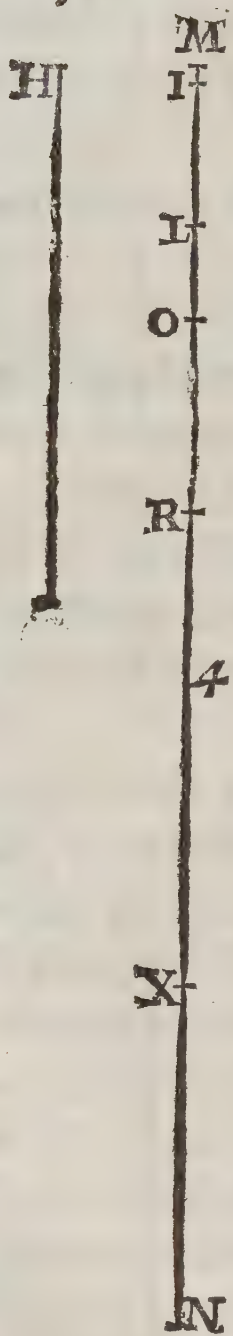
QVESTIONE DECIMA.

Come d'vna linea data si possano prendere particelle picciolissime quante se ne voranno.

QVesta questione in sostanza non è differente da quello, che s'è detto nella prima, e seconda questione di questo capo secondo, ad ogni modo per facilità maggiore di chi non fosse così prattico, ò non hauesse così ben compreso, ciò che iui s'è detto, si considera quì la prattica di trouare vna linea, che contenga vn determinato numero di minute particelle d'vna linea data.

E quì conuien osseruare, che se bene la linea dello Stromento non è attualmente diuisa, che in 100 parti vguali, ad ogni modo essẽdo all'occhio assai manifesta la metà di ciascuna di queste centesime, vien ad essere virtualmente segnata in 200 parti. Quindi è, che se d'vna linea applicata all'interuallo 100. 100. volessi hauere $\frac{157}{200}$, basta ch'io cerchi l'interuallo $78\frac{1}{2}$. $78\frac{1}{2}$, perche ciascuna parte delle segnate nello Stromento vale per due. Così d'vna linea data se bramo hauere $\frac{141}{153}$ diuiso per metà li 153, viene $76\frac{1}{2}$, & a questo interuallo $76\frac{1}{2}$. $76\frac{1}{2}$ applicata la linea data, l'interuallo del numero, che è la metà del 141, cioè $70\frac{1}{2}$. $70\frac{1}{2}$, mi darà la parte, che sarà $\frac{141}{153}$ della linea data.

Mà se volessi, che tali particelle non fossero leuate, ma aggiunte ad vna linea vguale, ò moltiplice alla data; se bene basterebbe tirar vna linea indefinita, e da quella leuar vna parte vguale, ò moltiplice alla data linea, & a questa parte leuata aggiungere le sudette particelle; ad ogni modo alle

M
H I
L
O
R
4
X
N

volte per ragione, ò della picciolezza della linea, ò del poco numero di dette particelle, riuſcirebbe incommodo il prenderle ſeparatamente: Perciò in tal occaſione applicata la linea data al numero, che è la metà del denominatore delle particelle, ſi intenderanno gl'intieri vguali alla data linea riſoluti in ſimili particelle, & alla lor ſomma aggiunto il numero delle particelle: ò più toſto intendaſi vna ſola parte vguale alla linea data riſoluta in tali particelle, con l'aggiunta del loro numero; e la metà di tal ſomma darà il punto nello Stromento, doue ſi trouerà la linea, che ſi cerca.

Per eſſempio è data la linea H, e ne vorrei vna, che della detta linea foſſe 1 $\frac{71}{100}$. Perche 100 è il denominatore delle particelle, applico la linea H all'interuallo 50. 50. Dipoi intendo quell'altra linea nella parte vguale alla H diuiſa in 100 particelle; e perciò tutta ſara $\frac{171}{100}$ della H. Dunque la metà di 171, cioè l'interuallo 85 $\frac{1}{2}$. 85 $\frac{1}{2}$, mi darà nell'indefinita MN la parte MX, che ſarà 1 $\frac{71}{100}$ della linea H. Che ſe haueſſi voluto vna linea, che di detta linea H foſſe 4 $\frac{71}{100}$; haurei in vna linea preſo trè volte la lunghezza della H, & a queſte haurei aggiunta queſta trouata MX; e tutta la linea compoſta ſaria ſtata quella, che ſi cercaua.

E queſto che s'è detto delle parti centeſime, s'intende, quando la linea data non è così grande, che ſe ne poſſa prender

der ò il quinto, ò il decimo, ò altra tal parte da poterſi commodamente applicar allo Stromento. Poiche ſe la data linea foſſe così grande, che ſe ne poteſſe prendere la quinta parte, & applicarla all'interuallo 100.100, ſi potriano hauere le millesime, prendendo quel numero di milleſime, che auanza, cauatine tutti li quinti del mille, cioè tutti li 200, & applicando la metà del reſto all'interuallo, che gli corriſponde. Come ſe ſi voleſſero $\frac{792}{1000}$ della linea; queſta diuiſa in cinque parti, & applicato vn quinto d'eſſa all'interuallo 100. 100, cauo dal 792 trè volte il 200, e perciò prendo vna linea, che ſia trè quinti della data, e queſta ſarà $\frac{600}{1000}$: il reſto 192 applico all' interuallo della ſua metà, cioè a 96. 96, & aggiunta alli detti trè quinti la longhezza trouata in queſto interuallo, tutta ſarà $\frac{792}{1000}$ della data linea. E queſta aggiunta al doppio della linea data, farà vna lunghezza, che ſarà alla data come 2 $\frac{792}{1000}$. E così dell'altre.

Nella ſteſſa maniera ſe la linea data foſſe così lunga, che la ſua decima parte poteſſe commodamente applicarſi all'interuallo 50. 50, commodiſſimamente ſi trouerà vn'altra linea in proportione ſuperpartiente di milleſime; perche eſſendo vna decima della linea applicata al 50. 50, s'intende detta Decima diuiſa in 100; e così tutta la linea in 1000. Onde ogni metà de' punti ſegnati nello Stromento, valendo vna centeſima della Decima, vien ad eſſer $\frac{1}{1000}$ della linea intiera. Quindi ſe della linea data, la cui Decima s'è applicata all'interuallo 50. 50, vorrò vn'altra linea, che ſia 1 $\frac{96}{100}$, prendo il numeratore, come ſe foſſe 196, e la ſua metà 98 applico all'interuallo 98. 98, e queſta lunghezza aggiungo à noue decime di tutta la linea, poiche ne preſi vna da principio. E generalmente in queſto metodo d'operare, tutto il numero ſi butti in milleſi-

me,

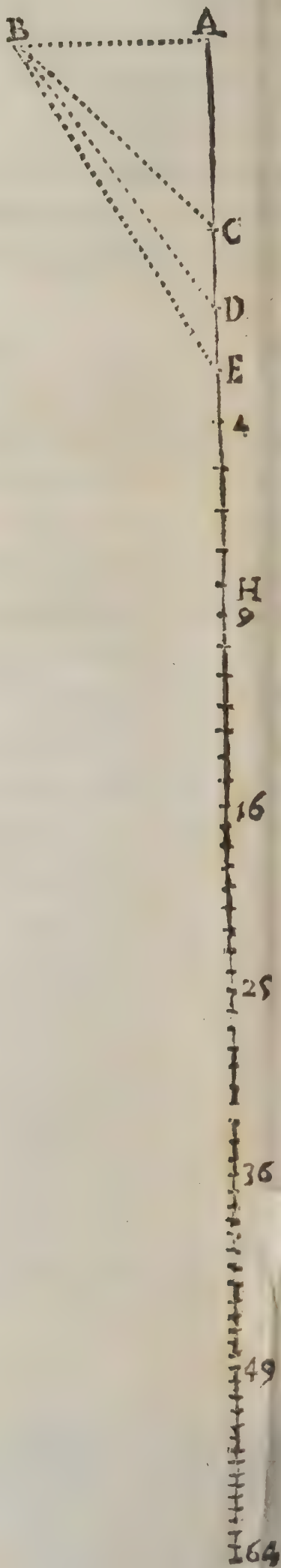
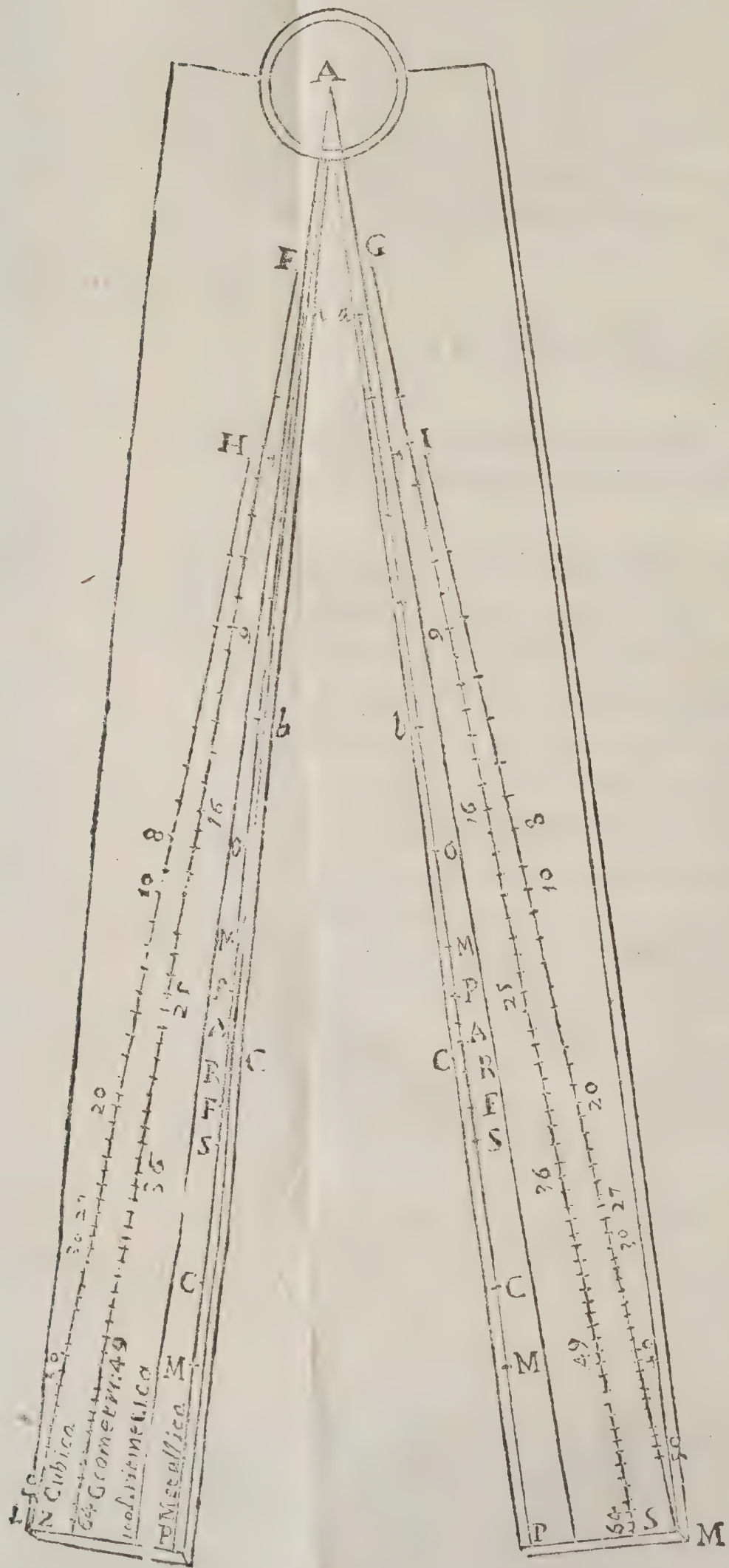
me, e poi delle centenara, che sono in tal numero, si prendono tante decime della data linea, ma vna di meno, e col resto s'operi come s'è detto. Così si voglia vna linea, che sia della data 3 $\frac{240}{1000}$; tutto è 3240 millesime: delle 32 centenara ne piglio 31, e così replico la data linea trè volte, e v'aggiungo vna decima: del resto 140 opro come s'è detto, & aggiungo a questa linea di 31 decime della data l'interuallo 70. 70, che è la metà di 140: & in tal modo sarà la linea 3 $\frac{240}{1000}$ della data.

CAPO TERZO.

Come s'habbia a diuider il Compasso di Proportione per le Superficie Piane, & vso di questa linea Geometrica.

POiche queste cose non si scriuono per huomini dotti, conuien ricordar à quelli, che sono men'esperti, che figure simili son quelle, che tra di loro hanno gl'angoli vguali (a benche gl'angoli di ciascuna siano tra di se disuguali) & i lati, che fanno gl'angoli in vna, sono proportionali alli lati, che fanno gl'angoli vguali nell'altra figura; come le definisce Euclide nel principio del libro 6, & i lati, che nell'vna, e l'altra figura si corrispondono, si chiamano *Lati Homologi*. In oltre (come si dimostra nella 19. e 20. del lib. 6.) così li triangoli, come l'altre figure poligone simili, hanno trà di loro la proportione duplicata, della proportione, che si troua trà li lati Homologi; cioè continuando la proportione de' sudetti lati, come il primo termine al terzo, così le figure trà di loro. Onde se per cagion d'essempio vn lato è la metà dell'altro, conuien continuare la proportione di 1 a 2, con vn terzo termine, e sarà 4; e così la proportione di quelle due superficie

piane

B A
C
D
E
4
H
9
16
25
36
49
64

piane ſimili è come 1 a 4 Così ſe li lati foſſero come 2 a 3, queſta proportione ſi continua in tre termini, cioè 4, 6, 9, e le ſuperficie ſono trà di loro come 4 a 9: e così di tutte l'altre.

Ora ſi come nelli numeri, quando ſon trè minimi numeri continuamente proportionali, li due eſtremi ſono numeri quadrati, per il primo corollario della prop. 2. del lib. 8. e li numeri piani ſimili hanno la proportione duplicata della proportione de'lati Homologi, per la 18. del lib. 8. onde ne ſiegue, che li numeri piani ſimili hanno trà di loro la proportione de'Numeri Quadrati de' lati Homologi; Così parimenti le ſuperficie piane ſimili, hauendo la proportione duplicata de' lati Homologi, la qual proportione iſteſſa ſi troua trà li quadrati de'ſudetti lati Homologi, ſi dicono hauere trà di loro la proportione delli quadrati de'lati homologi; E ſe ben ſi potria dire, che dette ſuperficie ſimili hanno la proportione de'triangoli ſimili, e ſimilmente poſti ſopra li detti lati Homologi; ad ogni modo per eſſer grande la varietà de' triangoli ſimili, che ſopra detti lati ſi ponno intendere, perciò ſi dice più toſto, che hanno la proportione de'quadrati di detti lati, poiche per la vguaglianza de gl'angoli, e de' lati, che è nel quadrato, dato vn lato, e conoſciuto tutto il quadrato.

Quindi è, che per conoſcere qual proportione habbiano due figure ſimili, baſta conoſcere qual proportione habbiano li quadrati de' loro lati Homolgi. E per il contrario conoſciuta la proportione de' quadrati, ſi manifeſtarà quella de lati, la qual è ſubduplicata di quella de'quadrati. Onde ſe ſaranno date due linee, e ſi deſiderino due quadrati nella proportione di dette due linee; conuien trouar trà quelle vna media proportionale, & i quadrati della prima, e della ſeconda hanno la proportione della prima alla terza: e ciò che de quadra-

ti ſi

ti ſi dice, s'intenda anche delle figure ſimili, e ſimilmente poſte ſopra la prima, e ſeconda linea delle trè continuamente proportionali. Perciò volendo ſopra vna linea retta ſegnar i lati di figure ſimili, le quali habbiano vna determinata proportione, baſterà che ſopra detta linea ſi ſegnino i lati de' quadrati nella ſteſſa proportione. E queſti ſono facili a trouarſi per la 47. del Lib. 1.

Per venir dunque all'atto di ſegnar, e diuidere lo Stromento per ſeruircene nelle ſuperficie piane, ſi tiri dal centro A, vna linea retta AZ; & vn' altra vguale AS: le quali non è neceſſario ſegnare ſin ad A, ma baſterà, che comincino à vederſi in F, e G; in maniera tale però, che la diſtanza A F ſia capace di 15 diuiſioni, caſo ch'ella foſſe ⅛ di tutta la AZ; di che ſi vedrà la ragione poco appreſſo.

Di poi la diſtanza AF dal punto F ſi vada replicando nella linea AZ, in maniera, ch'ella venga diuiſa in parti vguali; che quì non poſſono commodamente eſſere più di 8. Mà per far più diuiſioni conuerrebbe, che lo Stromento foſſe più lungo. E ciò che ſi dice della linea AZ, ſi faccia anche nella AS, ſenza che habbiamo più di meſtieri di ricordarlo. Alli punti notati ſi ſcriuano li numeri quadrati, intendendoſi nel punto F 1, e così ne gl'altri, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, i quali ſono li numeri quadrati di 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, conforme, che A 4 è dupla di AF, & A 9 è tripla della ſteſſa AF, e così dell'altre. E più volontieri da me ſi notano le diuiſioni di tal linea con li ſopradetti numeri quadrati, acciò quelli ſteſſi manifeſtino l'vſo di tal Linea eſſere per le figure piane. La ragione poi di notare tali numeri è, perche eſſendo A 4 doppia di AF, il quadrato di A 4 è quadruplo del quadrato di AF: e perche A 9 è tripla di AF, il ſuo quadrato è noncuplo, e così de gl'altri.

Volen-

Volendosi dunque notare su la linea AZ i lati de' quadrati, che vanno crescendo secondo l'ordine naturale de' numeri, si vede che essendo dall' vnità al 4 la differenza 3, e dal 4 al 9 la differenza 5, dal 9 al 16 la differenza 7, e così di mano in mano aggiungendo li numeri dispari, necessariamente ne siegue, che delle sette parti della linea F 64 la prima si diuide in trè, la seconda in cinque, la terza in sette, la quarta in noue, la quinta in vndici, la sesta in tredeci, e la settima in quindeci. Perciò si disse, che la distanza AG, ò AF, che si piglia per il lato del primo Quadrato, douea esser tanto lunga, che fosse capace di 15 diuisioni. Onde apparisce, che volendosi proseguire oltre 64, conuerrebbe che lo Stromento fosse assai più lungo, acciò la AF si pigliasse così grande, che vi si potessero commodamente notare tutte le diuisioni necessarie per l'vltima parte, le quali, come s'è accennato, vanno sempre crescendo di moltitudine, conforme crescono li numeri dispari. Quindi è, che riuscendo queste diuisioni tra di loro disuguali, & in maniera, che la distanza dal centro A à ciascun punto non hà la proportione del numero, che gli corrispon-de, cioè A 1 ad A 2, non è come à 2, anzi più tosto A 2 è tra A 1, & il suo duplo Media Proportionale di medietà Geometrica; perciò questa linea in tal modo diuisa può, e suole da molti chiamarsi linea Geometrica, à differenza della prima, che habbiamo chiamato Aritmetica nel Capo precedente.

Mà per fare nella linea AZ le diuisioni per notar' i lati de' Quadrati moltiplici del Quadrato di AF, secondo l'ordine naturale de' numeri, è necessario sopra vn piano (e sarà ottima vna lastra di rame ben pulita , poiche in essa appariscono facilmente li sottilissimi segni, che si faranno colla punta del

Compaſſo) tirar vna linea vguale alla AZ dello Stromento, & in eſſa prender AC vguale alla AF, dello Stromento, e queſta replicarla in 4, 9, 16, &c. E per hauer poi le altre diuiſioni, dal punto A ſi tiri la perpendicolare AB vguale alla AC: ma auuertaſi di metter ogni diligenza per farla giuſtiſſimamente perpendicolare, e preciſamente vguale alla AC; perche in vna di queſte due coſe, che ſi manchi, ridonda poi nelle diuiſioni non picciola imperfettione. Perciò ſarà bene fare la ſudetta perpendicolare più lunga del biſogno, acciò ſi poſſano far le pruoue più accertate, ſe l'angolo A ſia retto: e trouatoſi retto, allhora ſe ne taglia la AB vguale alla AC. E ciò fatto, tutto è preparato per le diuiſioni deſiderate.

Prendaſi dunque la diſtanza BC, e ſi traporti in AD, e ſarà AD il lato del Quadrato duplo del Quadrato di AC; come appariſce dalla 47. del lib. I. eſſendo vguali tra di ſe i lati AB, AC. Quindi preſa la diſtanza BD ſi traſporti in AE, e queſto ſarà il lato del quadrato tripolo del quadrato di AC; perche il quadrato di BD, cioè di AE è vguale alli quadrati di DA, & AB, cioè à trè quadrati di AB, cioè di AC. E così ſuſſeguentemente pigliando la diſtanza B 4, e traſportandola dal punto A, s'haurà il lato del quadrato quintuplo, & in tal maniera ſi procederà in ciaſcun punto, pigliando la diſtanza da quello al punto B, e traportandola sù la linea, che ſi diuide.

E per non far molta fatica poco vtilmente, facendo diuiſioni non tanto aggiuſtate, ſi potranno di tanto in tanto nel progreſſo far alcune proue per vedere, ſe le diuiſioni ſon fate giuſtamente. Ora perche A 4 è il doppio di AC, cioè AB, preſoſi da principio, ne ſe ne può ſiſicamente dubitare, prenderemo la diſtanza A 4, e poſto vn piede del compaſſo in B, vedrèmo ſe l'altro piede cade giuſtamente in E, e ſarà ſegno,

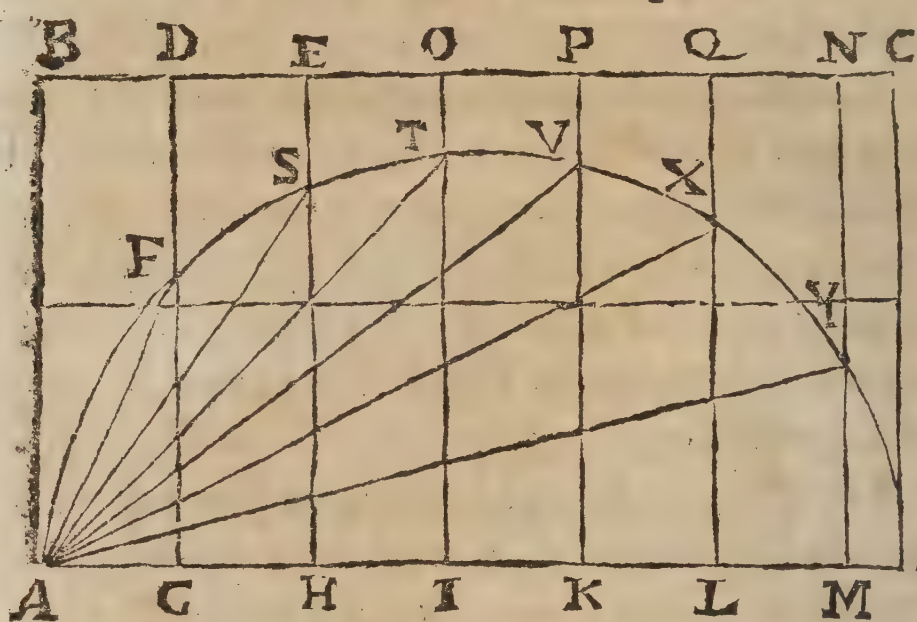
che

che AE è presa giustamente per il lato del triplo Quadrato. E perche AE fù fatta vguale alla BD, sarà anche segno, che AD fù presa con precisione. Mà per essaminar anche di vantaggio se AD sia giusta, ella si replichi in H, si che AH sia doppia di AD: dunque il quadrato di AH è quadruplo del quadrato di AD; e perche il quadrato di AD si suppone duplo del quadrato di AC, ne seguirà, che il quadrato di AH sia ottuplo di quello di AC. Dunque in H cade la diuisione 8. Ora prendendosi la distanza A 9, si traporti dal punto B in H, poiche essendo BH lato del quadrato noncuplo, sarà manifesto, che AH è lato dell'ottuplo, e per conseguenza AD del duplo, come si cercaua d'essaminare. Che se in queste proue non si trouassero corrispondersi li punti così precisamente, di nuouo s'essamini la rettitudine dell'angolo A, e l'vguaglianza di AB con AC, & emendate queste si proceda auanti.

Trouati giusti questi punti essaminati, con essi se ne potranno essaminare de gl'altri, ò anche da principio notare con sicurezza; perche se AD replicata in H cade nel 8, replicata di nuouo darà il lato del qnadrato noncuplo di AD, cioè 18, e di nuouo replicata darà il lato del sedecuplo, cioè 32, e presa la quinta volta caderà nel termine del lato del Quadrato, che contiene 25 volte il Quadrato di AD, cioè 50 volte il primo Quadrato di AC. Così parimenti AE, che è 3 duplicata darà 12, triplicata darà 27, quadruplicata 48. Così A 5 duplicata darà 20, e triplicata 45. A 6 duplicata darà 24, e triplicata 54. A 7 duplicata darà 28, e triplicata darà 63. A 10 duplicata darà 40. A 11 duplicata darà 44, e così dell'altre fin'à A 15, che duplicate darà 60.

Per essaminare poi gl'altri punti, si prenda da vno di questi già certi, e determinati la distanza fin'à B, e s'applichi in A,

e caderà nel punto proſſimamente maggiore; di nuouo ſi prenda dall'iſteſſo punto ſin'ad A, e s'applichi in B, e caderà nel punto proſſimamente minore, ſe da principio s'oprò giuſtamente. Come per eſſempio, habbiamo certo il punto di 16, prendo la diſtanza B 16, e dourà darmi A 17; e così A 16 dourà dare B 15: il che ſe ſarà, moſtrerà, che quando ſi preſe B 14 per notare A 15, s'era oprato bene. E così de gl'altri.

Vn'altra maniera aſſai facile per trouare i lati de'quadrati ſi hà col beneficio d'vn ſemicircolo deſcritto ſopra la lunghezza, di cui deu'eſſere la linea Geometrica; e ſia il ſemicircolo ſopra la linea AZ.

Prendaſi il lato del primo quadrato in vna commoda diſtanza dal centro dello ſtromento; e ſia AF, la quale ſia applicata al ſemicircolo dall'eſtremità del diametro A, e dal punto F ſi tiri la perpendicolare FG, che prolongata in D tagliarà il lato del rettangolo AC. Ora la diſtanza AG ſi replichi in H, I, K, &c. quante volte ci può capire; e ſimilmente la BD ſi replichi in E, O, &c. le quali ſono vguali alle prime. Tirate dunque le linee EH, OI, &c. ſaranno tutte parallele alla DG, e perciò perpendicolari al diametro AZ, e ſegaranno la circonferenza in S, T, V, X, Y. Dico che AS è il lato del quadrato duplo di AF, & AT è lato del triplo, e così di

mano

mano in mano. Onde se queste linee AS, AT, &c. si traportaranno su la linea Geometrica da diuidersi, sarà fatta la giusta diuisione.

E che questi sian' i lati che si cercano, è manifesto dall' 8. del 6. perche AF è media proportionale trà AZ, & AG, onde per la 17 del 6 il quadrato di AF è vguale al rettangolo di AZ in AG. Similmente per la stessa ragione il quadrato di AS è vguale al rettangolo di AZ in AH: dunque li quadrati di AF, & AS, sono come i rettangoli di AZ in AG, & AZ in AH. Mà perche questi rettangoli hanno la stessa altezza AZ, sono per la prima del 6. come le basi AG, & AH, e di queste la seconda è dupla della prima; dunque anche il rettangolo di AZ, & AH, cioè il quadrato di AS è doppio del rettangolo di AZ in AG, cioè del quadrato di AF.

Così dimostrarassi il rettangolo di AZ in AI, cioè il quadrato di *A*T, esser triplo del rettangolo di *A*C in *A*G, cioè del quadrato di *A*F, essendo che *A*I è tripla di *A*G. E così di tutti gli altri. *A*uuertasi però, che per hauer il semicircolo preparato conforme all'intento, basterà segnare nella circonferenza i punti doue si taglia dalla regola applicata alli punti opposti del rettangolo *A*C, senza tirare le linee parallele, ne meno le linee suttendenti gli archi; perche bastarà prendere con il compasso le distanze *A*F, *A*S, *A*T, &c. e traportarle sù lo stromento.

Fatte sù la lastra di rame queste diuisioni (le quali fatte vna volta per vno stromento, seruiranno all'*A*rtefice per molti altri senza nuoua fatica) altro non resta, che con diligenza traportarle sù la linea *A*Z dello stromento e nello stesso tempo, che vna diuisione si segna nell' *A*Z, si deue segnare nell' *A* S, acciò ciascuna sia vgualmente presa dal centro *A*. E nel

traportarle ſtimo ſarà più facile, e ſicuro prender ſempre nella linea la diſtanza di ciaſcun punto dall'*A*: ſe forſi nel progreſſo, quando conuien'allargar' aſſai il compaſſo, non ſi giudicaſſe di prendere le diſtanze da traportarſi da vn qualch'altro punto più vicino; nel che l iſperienza inſegnerà a ciaſcuno ciò, che gli tornerà più a conto per la facilità d'operare, e per la ſicurezza della preciſione, & aggiuſtatezza neceſſaria al fine preteſo. Mà ſe tirate sù lo ſtromento le linee *A*Z, & *A*S, ti fidaſsi d'allargar lo ſtromento in modo, che foſſi ſicuro, che le dette due linee faceſſero vn'angolo retto (il che conoſcereſti con l'applicatione d'vna ſquadra giuſtiſſima, ouero fatto vn quadrato d'vna linea vguale ad *A*F, allargaſſi lo ſtromento in modo, che il diametro di detto quadrato foſſe l'interuallo FG) in tal caſo, ſenza traportar le diuiſioni fatte prima in vna laſtra, ſi potriano far' immediatamente nello ſteſſo ſtromento ritenuto in quella apertura, poiche è lo ſteſſo, che ſe foſſe vna laſtra.

Se ben'il modo ſin'ora preſcritto per ſegnar' i lati de' quadrati è ſicuriſſimo, e Geometrico, e perciò il più preciſo; nientedimeno ò gl'*A*rtefici non vorranno prenderſi tanta briga, la quale forſi ſtimeranno maggiore di quello, che realmente è, ò alcuno temerà, che quello traportare li punti della laſtra sù lo ſtromento poſſa portar qualche variatione, ò anche ſi vorrà con altro modo di operare prouare, quanto preciſamente ſiano notati li punti in queſta linea quadratica, ò Geometrica, che chiamar la vogliamo. Perciò ecco vn'altra forma mecanica, in cui ci ſeruirà la linea Aritmetica del Capo precedente.

Queſto conſiſte in eſtrarre la Radice quadrata di ciaſcun numero dall' 1 ſin'al 64, come ſe foſſe quadrato: e ſe ben'è certo,

certo, che non essendo tutti quadrati, non hanno precisamente la Radice, ad ogni modo si può auuicinar'assai alla vera Radice, con inuestigare in parti millesime la frattione, che s'aggiunge al numero intiero. Il che si fà con aggiunger'al numero, la cui radice quadrata si cerca, sei zeri, poiche così verrà vna radice di quattro figure, e l'vltime trè saranno millesime: così per hauere la radice di 3, cauo la radice quadrata dal 3000000, e venendo 1732, dico la radice del 3 esser 1 $\frac{732}{1000}$. E così de gl'altri numeri, come nella tauoletta quì aggiunta si può vedere; in cui dirimpetto à ciascun numero stà la sua radice, le cui trè vltime figure sono millesime parti dell'vnità. Mà perche nè meno si vien precisamente nel numero delle millesime, perciò quando vi si dourebbe aggiunger qualche cosa, s'è posto il segno †; come quando l'vltima figura è vn poco troppo grande, e si douria leuar qualche cosa, s'è posto il segno --: Tutta però la differenza dell' aggiunger, ò leuare non arriua ad vna millesima; onde si vede, che nell'operatione ordinaria di stromento non molto grande non può esser la differenza d'vna punta di compasso; e perciò si può adoperare francamente tutto il numero notato.

Tauola

Tauola de' numeri con le sue Radici Quadrate espresse in particelle Millesime dell'Vnità.

Quad.	Radici	Quad.	Radici	Quad.	Radici	Quad.	Radici
1	1000	17	4123†	33	5744†	49	7000
2	1415 -	18	4242†	34	5830†	50	7071†
3	1732†	19	4359	35	5916†	51	7142 -
4	2000	20	4472†	36	6000	52	7212 -
5	2236†	21	4582†	37	6082†	53	7280†
6	2450 -	22	4690†	38	6164†	54	7348†
7	2646 -	23	4796 -	39	6245 -	55	7416†
8	2828†	24	4898†	40	6324†	56	7484
9	3000	25	5000	41	6404 -	57	7550 -
10	3162†	26	5099†	42	6480	58	7616 -
11	3316†	27	5169†	43	6558 -	59	7682 -
12	3465 -	28	5292 -	44	6633†	60	7746 -
13	3606 -	29	5386 -	45	6708†	61	7810†
14	3742 -	30	5478 -	46	6782†	62	7874†
15	3872†	31	5568 -	47	6856 -	63	7937†
16	4000	32	5656†	48	6928†	64	8000

E per sodisfar' al dubbio, che alcuno potria hauere, per qual cagione potendosi tutte le Radici notare vn poco maggiori, ò tutte vn poco minori, altre si siano notate maggiori del douere col segno --, altre minori col segno †; dico essersi ciò fatto, perche la radice vera è più vicina al numero segnato, che à quello, che fosse minore, ò maggiore per vna millesima: e poi s'è hauuto risguardo di far sì, che con questa alternatione ora di più, ora di meno si venga a conseruare quanto si può la giusta misura, la quale, aggiunte insieme quelle piccole, & insensibili differenze, nel progresso verrebbe ad alterarsi notabilmente.

Che se la lunghezza del lato del primo quadrato non fosse tale, che occorresse esser sollecito delle parti millesime, basterà prendere le centesime, lasciando l'vltima figura della tauo-

tauoletta, massime se hauesse aggiunto il segno --, e fosse minore di 5 : e se quest'vltima figura fosse maggiore del 5, & hauesse aggiunto il segno †, potrà accrescersi la penultima figura d'vn' vnità. Come per essempio, la radice di 2 è 1.415, basterà prendere 141, cioè applicata AF all'interuallo 50. 50 (come s'è detto nel Cap. 2. Quest. 9.) pigliare l'interuallo della metà di detto numero, cioè $70\frac{1}{2}$. $70\frac{1}{2}$, e questa sarà la lunghezza di A 2, lato del quadrato duplo. Per il contrario la radice di 8 è 2828 †, perche l'vltima figura è 8 †, accresco la figura penultima 2 d'vn'vnità, onde sia la radice in centesime 283; e così considerata questa, come se fosse 183, prendo l'interuallo della metà $91\frac{1}{2}$. $91\frac{1}{2}$, e dal punto F traportandolo, sarà tutta la A 8 radice del quadrato ottuplo: e così de gl'altri. Quando poi l'vltima figura fosse maggiore del 5, & hauesse il segno --, ouero minore del 5 col segno †, si può sicuramente prendere, come se non fosse, senza pericolo di sbaglio notabile, massime quando nella radice antecedente si fosse aggiunta l'vnità alla penultima figura nel modo detto.

Mà se volessi ampliar l'vso di questa linea Geometrica à numeri moltiplici delli numeri in essa segnati, cioè alli doppij, triplici &c. basterà nella AF, & AG lasciate occulte, segnare il lato de' quadrati submultiplici del quadrato di AF; perche con vn compasso prendi la lunghezza AF, e questa applica all'interuallo 2. 2. Dipoi ritenuta quella stessa apertura dello stromento, prendi l'interuallo FG, e questo traportato dal punto A nelle linee AF, AG, segnerà il punto del lato del quadrato, che è la metà del quadrato di AF. Nell'istesso modo la lunghezza AF applica all' interuallo 3 3, e l'interuallo FG darà la quãtità da segnarsi nelle line AF, AG,

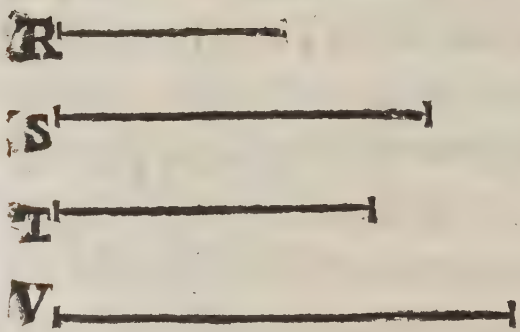
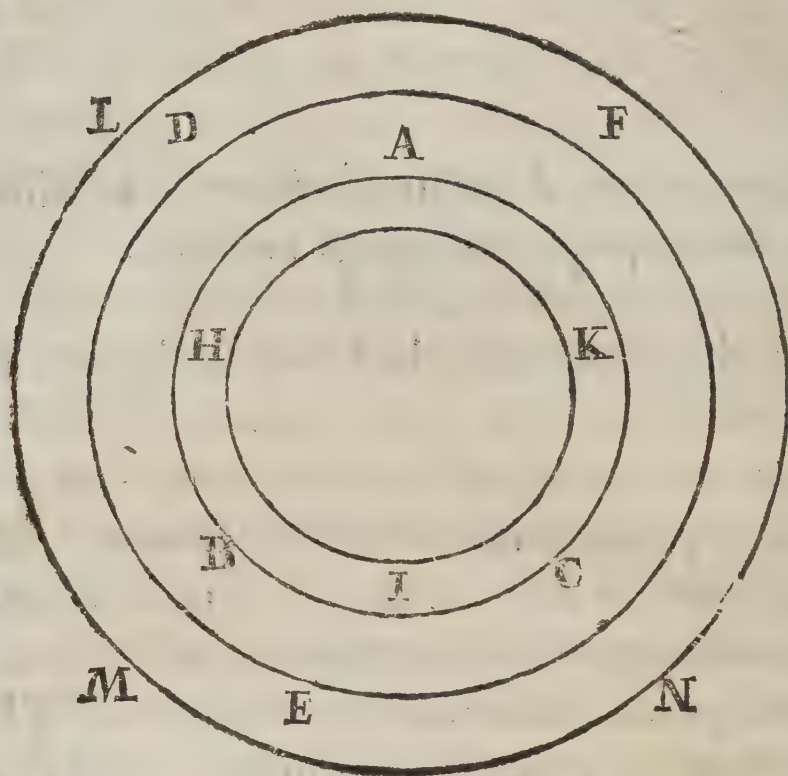
e ſarà il lato del quadrato, che è la terza parte del quadrato di AF. E così procedendo in altri numeri, ſe vorrai la quarta, ò quinta, ò ſeſta parte del quadrato di AF. Quindi è che cercando il lato d'vn quadrato, che ſia al quadrato dato di AF, come 112 à 1, ſarà l'iſteſſo, che trouare quello, che ſia come 56 à $\frac{1}{2}$ del quadrato AF; ouero volendo vn quadrato, che ſia come 147 à 1, ſarà l'iſteſſo, come ſe voleſſi quello, che è come 49 à $\frac{1}{3}$ del quadrato di AF. Nel che ſarà vn gran compendio nell'operare. Noi però di fatto non habbiamo ſegnato queſti punti delle parti del quadrato di AF, per sfuggire la confuſione del Lettore, acciò nella figura vedendo li moltiplici, e li ſubmoltiplici di AF, non prendeſſe gl' vni in vece de gl'altri.

E per non replicar più volte l'iſteſſo con tedio di chi legge, auuerti, che queſto ſteſſo, che s'è detto del ſegnare le parti del quadrato in queſta linea Geometrica, ſi potrà far'anche nella linea cubica, di cui ſi parlerà nel Capo ſeguente, adoprando l'iſteſſo modo per ſegnare nelle AH, AI i lati de'cubi ſubmoltiplici. Onde propoſta vna proportione moltiplice, il cui termine maggiore ſupera il maſſimo ſegnato nello ſtromento, diuidi tal numero per vno delli denominatori delle parti notate, & il quotiente darà l'intiero, che hà alla detta parte l'iſteſſa proportione; come appariſce eſſere 147 à 1, come 49 à $\frac{1}{3}$.

QVE-

QVESTIONE PRIMA.

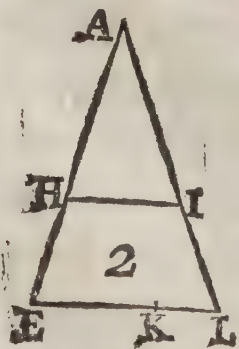
Data vna figura regolare, come si possa descriuerne vn' altra della stessa specie nella proportione, che si desidera.

FIgura Regolare si chiama quella, che hà ne' suoi termini, da' quali è compresa, tutte le parti vniformi; perciò quelle, che hanno molti lati, & angoli, saranno Regolari, se saranno Equilatere, & Equiangole; & il Circolo se bene non hà, propriamente parlando, nè lati, nè angoli, è però figura regolare, perche le parti della circonferenza, che lo termina, sono vniformemente disposte: il che non si può dire dell'Ellipsi, della Parabola, nè dell'Hiperbola, perche con tutto che i termini di tali figure siano regolati da certe, e determinate conditioni, non sono però in ogni sua parte vniformi. Quindi è, che delle Fortezze alcune si chiamano Regolari, perche la figura, che si fortifica è Regolare, cioè Equilatera, & Equiangola. E se bene è manifesto, che non tutte le linee della fortificatione sono trà loro vguali, essendo certo, che la faccia del Baloardo, la spalla, ò fianco, e la cortina, sono trà di loro disuguali: ad ogni modo, perche tutte le cortine trà di loro, tutte le spalle de' Baloardi trà di loro, e tutte le faccie trà di loro sono vguali, anche per questo capo si puonno chiamar Regolari, à differenza dell'Irregolari, doue le cortine sono trà di loro disuguali, e le parti d'vn Baloardo non son' vguali alle lor'homogenee d'vn'altro Baloardo. Noi però quì parlando di figure Regolari, prendiamo quelle, che assolutamente parlando son'Equilatere, & Equiangole, considerãdole assolutamente in se stesse, e non come ordinate nel circolo.

Sia primieramente data in numeri la proportione, che deuono hauere le due figure regolari simili; & applicato il lato della figura data al numero delle linee Geometriche AZ, AS, l'interuallo, che sarà al numero, che corrisponde alla figura cercata, darà il lato, che si desidera. Per cagione d'essempio, sia data la linea R lato dello spatio, in cui stà ordinata vna Battaglia quadra di terreno, e vogliamo vn' altr' area pur quadra, che sia il doppio, e quattro quinti della prima: sì che la proportione della prima alla seconda è di 5 à 14. Applico dunque la linea R all'interuallo 5. 5, e poi l'interuallo 14. 14 mi darà la linea S lato del quadrato, che si cerca.

R

S

T

V

La dimostratione di ciò non è punto differente da quella, che s'apportò per fondamento nel Capo I. Sia AH vguale all'A 5. & AE vguale all'A 14: HI sia la linea R, & EL la linea S. Ora perche come AH ad AE, così HI ad EL, come già si dimostrò, sarà anche

che come il quadrato d'AH al quadrato d'AE, così il quadrato di HI, cioè di R, al quadrato d'EL, cioè di S, per la 22 del lib.6: li due primi quadrati ſono come 5 à 14, per la conſtruttione dello ſtromento; dunque anche li quadrati di R, & S hanno la ſteſſa proportione.

Dalla ſteſſa propoſitione 22 del lib. 6 ſi dimoſtra, che qual ſi voglia altra ſpecie di figure ſimili, e ſimilmente poſte ſopra le due ſeconde linee R, & S, ſiano di quanti lati, & angoli eſſere ſi vogliano, hanno trà di loro la proportione de' quadrati delle due prime linee ſegnate sù lo ſtromento: E così ſe la linea S foſſe data lato d'vn pentagono regolare da fortificarſi, e voleſſimo metter' in diſſegno vn'altro pentagono minore nella proportione di 14 à 10, applicata la linea S alli punti 14. 14, prendaſi la diſtanza 10. 10, e ſarà la linea T lato del pentagono regolare, à cui mancano due ſettimi del maggiore pentagono.

E perche ſpeſſo occorre, che douendoſi vn diſſegno traportare di grande in piccolo ſecondo vna data proportione, & il lato dato è così grande, che non capiſce nello ſtromento; prendaſi vna parte aliquota di detto lato, e con eſſa s'operi, come ſe foſſe il lato ſteſſo, perche ſi trouerà la parte aliquota ſimile del lato cercato; come ſe la ſopradetta linea S foſſe la ſeſta parte del lato del pentagono maggiore, la linea T trouata ſarà la ſeſta del minore. Perche come S à T, così il ſeſtuplo di S al ſeſtuplo di T, dunque per la 22 del 6, come il pentagono di S al pentagono di T, cioè come 14 à 10, così il pentagono del ſeſtuplo di S, al pentagono del ſeſtuplo di T.

Per il contrario volendoſi traſportar' vn diſſegno d'vna figura regolare di piccolo in grande, può eſſer' il lato dato tale, che non capiſca nell'interuallo del minore de' due numeri

eſpri-

esprimenti la proportione; & in tal caso si trouino altri due termini maggiori nella stessa proportione: Come per essempio, si debba trouar'il lato d'vn poligono maggiore del poligono dato nella proportione di 3 à 2. Perche il lato S dato non capisce nell'interuallo 2. 2, in vece delli due numeri 2, e 3, prendo 14, e 21 nella stessa proportione; & applicato il lato S al punto 14. 14, la distanza 21. 21, cioè la linea V sarà il lato cercato del poligono sesquialtero del dato.

Ciò che de' poligoni regolari si dice, dee intendersi anche de' circoli, i quali per la 2 del lib. 12 sono nella proportione de' quadrati de' suoi diametri, e perche li quadrati de' diametri sono quadrupli de' quadrati de' semidiametri, saranno anche i circoli nella proportione de' quadrati delli semidiametri. Sì che volendo due circoli in vna determinata proportione, basterà trouar' i lati de' quadrati nella stessa proportione, e quelle linee saranno li semidiametri de' circoli nella bramata proportione. Sia data la forma per improntar'vna moneta d'argento; e se ne vuol far vn'altra per improntar vna moneta, che nella stessa grossezza sia il doppio della prima. Sia la linea R il semidiametro della moneta ABC; applico R al punto 5.5, e preso l'interuallo 10. 10, trouo T semidiametro della moneta DEF, che sarà doppia della prima: perche essendo ambidue della stessa grossezza, come si suppone, hanno la proportione delle lor basi circolari, per la 11 del lib. 12, e queste hanno la proportione de' quadrati delli loro semidiametri, come s'è detto; e tali quadrati sono come 10 à 5, cioè vno doppio dell'altro.

Di quì vedendosi, che cauato il circolo minore del maggiore, resta il cingolo, ò annello DEFABC vguale al circolo minore ABC, perche egli è la metà del maggiore, si raccoglie il mo-

il modo di trouar'vna portione annulare, che habbia la bramata proportione ad vn circolo dato, ò ad vn'altra portione annulare. Primieramente dal circolo ABC ſi voglia cauar' vna portione, che ſia $\frac{2}{5}$ dello ſteſſo circolo. Veggo, che baſta trouar'il ſemidiametro d'vn circolo, che ſia al dato circolo, come 3 à 5, & applicato il ſemidiametro dato al 5. 5, l'interuallo 3. 3 mi dà il ſemidiametro del circolo HIK, che deſcritto dallo ſteſſo centro laſcia il cingolo ABC, KHI, che è $\frac{2}{5}$ del dato circolo ABC.

Secondo. E' dato il circolo HIK, e voglio trouar'vna portione annulare, che lo contenga vna volta, e due terzi, cioè, che ſia come 5 à 3, mà che le circonferenze, che la terminano ſiano ambidue maggiori di quella del circolo dato. Applico il ſemidiametro dato al punto 3. 3. E poi à mio piacere prendo vn'interuallo di qualche punto maggiore, come ſaria 10. 10, e con queſto dallo ſteſſo centro deſcriuo la circonferenza DEF. Quindi ſe voglio l'altra circonferenza ancor maggiore, perche il cingolo deue eſſere come 5 à 3, prendo l'interuallo di cinque punti più diſtanti dal 10. 10, cioè 15. 15, e deſcritta la circonferenza LMN ſarà il cingolo LMNFDE al circolo HIK, come 5 à 3: poiche il circolo LMN al circolo HIK è come 15 à 3: & al circolo DEF, come 15 à 10, dunque leuato DEF dal circolo LMN, quel che rimane è al dato circolo HIK, come 5 à 3. Mà ſe voglio, che la circonferenza maggiore ſia DEF, prendo l'interuallo di cinque punti minori del 10, & è 5. 5; onde la circonferenza ABC terminarà il cingolo DEFABC, che ſarà al dato circolo, come 5 à 3, come è manifeſto per lo ſteſſo diſcorſo.

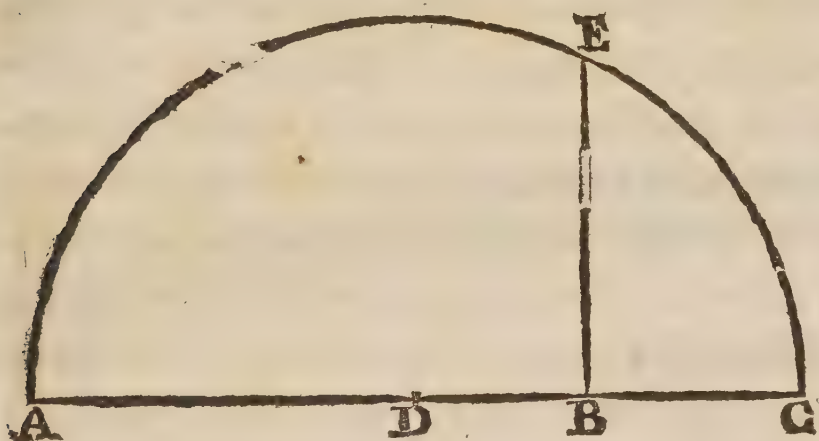
Ora dal ſopradetto raccogliendoſi, come li due cingoli AHBICK, & LDMENF ſono come 2 à 5, è chiaro il modo

di far

di far due cingoli nella data proportione; come ciascuno senz'altro nuouo discorso può per se stesso raccoglier da quel che sin'ora s'è detto.

Nella stessa maniera volendosi vn circolo vguale à tutta la superficie sferica d'vn globo dato, poiche si sà da Archimede lib. de Sph. & Cylind. prop. 30. che questa è quadrupla del circolo massimo di detta sfera, prendasi il diametro del globo dato, e pongasi nella linea Geometrica all'interuallo d'vn numero, di cui vi sia il quadruplo come al 6.6, e prendasi l'interuallo 24.24, che darà il diametro del circolo vguale alla superficie sferica del globo. Il che si può fare col solo raddoppiare il diametro del globo. Quindi hauendosi vn globo piccolo, nella cui superficie fossero descritte le stelle, e se ne volesse far vn'altro, la cui superficie fosse sette volte maggiore, acciò più distintamente comparissero le stelle; primieramente trouisi il diametro del circolo vguale alla data superficie sferica, come si è detto; dipoi questo diametro trouato si metta all'interuallo d'vn numero, a cui sia nella linea Geometrica notato vn'altro settuplo, come se si prendesse 4.4, e poi 28.28, e questo secondo interuallo darà il diametro d'vn circolo vguale ad vna superficie sferica settupla della superficie data. Perciò diuiso tal diametro trouato in due parti vguali, la sua metà sarà il diametro del globo di tal superficie.

Mà se la proportione, in cui si deuono formare li due poligoni simili regolari fosse espressa non in numeri, ma con linee; conuerrà trà le due linee esprimenti la proportione trouare vna Media proportionale, per la 13 del lib.6, e segnate sottilmente le prime due delle trè continue proportionali sù le linee Geometriche AZ, AS, (caso che non cadessero in alcuno

cuno de'punti in esse notati) s'applichi il lato del dato poligono all'interuallo, che gli corrisponde, maggiore, ò minore che sia, e l'altro interuallo darà il lato cercato dell'altro poligono. Sia espressa la proportione con le due linee AB, BC, queste si vniscano in vna, e tuta la AC diuisa per metà in D, all' interuallo DA

si descriua il semicircolo AEC: e dal punto B alzata la perpendicolare BE, sarà la Media proportionale tra le due date. Dunque sù le linee Geometriche dello stromento AZ, AS, cominciando dal centro A, si segnino sottilmente colla punta del Compasso le linee BE, & AB: e se il lato dato deue esser minore di quello, che si cerca, questo s'applichi nello stromento all'interuallo, doue furono segnati li termini della BE, perche li termini della maggiore AB segnati nello stromento, daranno l'interuallo per il lato maggiore. La ragione di questa operatione è, perche come le linee segnate ne'lati, così sono gl'interualli de' loro estremi, come più volte s'è detto; dunque come i quadrati delle sudette linee, così li quadrati de gl'interualli, per la 22 del lib. 6. Mà il quadrato di AB al quadrato di BE è come la linea AB alla BC, per la 20 del lib. 6; dunque anche i quadrati de gl'interualli, cioè li poligoni simili, sono come AB à BC; come si cercaua.

Qui però deue auuertirsi, che questa operatione non è alli-

K gata

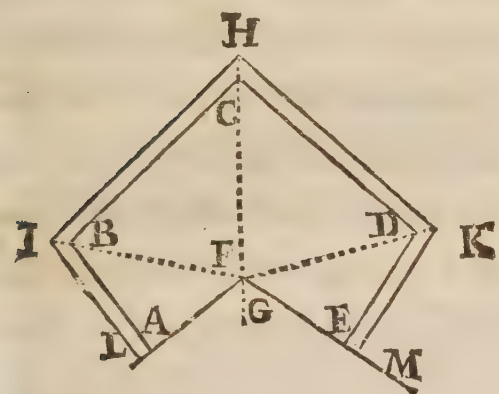
gata à questa linea AZ diuisa per le superficie, mà trouata la Media proportionale si può pratticare anche cō la linea semplicemente diuisa in parti vguali come nel Capo 2. Dal che si caua, che con quella sola linea diuisa vgualmente si puonno far le operationi de'piani, se la proportione de'numeri s'esprime in linee nella stessa proportione rationale, come s'è insegnato nella Quest. 1. e 2. del Capo 2. e poi tra queste si prenda vna Media proportionale: poiche traportate la prima, e la seconda di queste tre proportionali sul lato dello stromento, gl'interualli daranno ciò, che si cerca; come dal già detto è manifesto. Mà per leuar la briga di trouare la Media proportionale, si fà quest'altra diuisione della linea AZ per i lati de'quadrati commensurabili.

Che se la proportione fosse espressa con due figure rettilinee dissimili, & irregolari; queste, per la 14 del lib. 2, si riducano à quadrati; e poi, come il lato d'vn quadrato al lato dell'altro quadrato, così si faccia il lato del poligono regolare dato, al lato cercato del poligono simile, che si desidera.

QVESTIONE SECONDA.

Data vna figura irregolare, come si possa descriuere vna simile nella bramata proportione.

DVe maniere si puonno tenere per venir all'essecutione di questo Problema. La prima è, pigliando i lati della figura data, e traportando ciascuno sù lo stromento al numero corrispondente all'antecedente della data proportione, e pigliando poi, per il lato, che si cerca, l'interuallo, che dà il numero, con cui s'esprime il conseguente di detta proportione;

ne; auuertendo di far l'angolo ſul fine d'vna linea trouata, vguale all'angolo, che nell'isteſſa poſitura gli corriſponde nella figura data. Sia vn Baloardo ABCDEF, e ſe ne voglia far' vn ſimile, ma ſia vn quarto più di capacità, & ampiezza. Dunque il Dato al Cercato, deue eſſere, come 4 à 5. ouero come 16 à 20, come più tornerà commodo eſprimere la proportione con numeri maggiori, ò minori.

Per tanto tirate le due linee RF, FS, che facciano l'angolo RFS vguale a l'angolo AFE, per la 23 del lib. 1, ſi prenda la mezza gola FA, e s'applichi all'interuallo 16. 16, poiche l'intetuallo 20. 20 darà FL, e perciò anche la ſua vguale FM mezze gole del Baloardo maggiore che s'hà à deſcriuere. Ciò fatto, dalli punti L, & M s'alzino due linee indefinite, che facciano l'angolo FLI vguale all'angolo FAB, e l'angolo FMK vguale all'angolo FED; & applicato il fianco AB all'interuallo 16. 16, ſi trouarà l'interuallo 20.20, che ſarà LI, & il ſuo vguale MK fianchi del Baloardo maggiore. Quindi ſi faccia l'angolo I vguale all'angolo B, e l'angolo K vguale all'angolo D, e le due linee IH, KH s'incontreranno nel punto H; e ſarà ſegno, che ſi ſia ben'oprato, ſe applicando BC all'interuallo 16. 16, l'interuallo 20.20 darà preciſamente IH.

E' dunque il Baloardo LIHKMF in proportione ſeſqui-

quarta al Baloardo dato: poiche, per la 20 del lib. 6. più volte mentouata, sono nella duplicata proportione de'lati homologi, cioè come i quadrati di detti lati: ora perche il quadrato di AF, al quadrato di LF è come 16 à 20, cioè come 4 à 5, anche il Baloardo dato al Baloardo fatto è come 4 à 5.

La seconda maniera è, con prender vn'angolo della figura, e da quello tirar linee rette à tutti gl'angoli, che escano fuori della figura data: poiche trouata vna sola linea sù lo stromento, con solo tirar linee parallele alli lati della data figura, sarà fatto ciò, che si cerca. Sia dato lo stesso Baloardo ABCDEF, e se n'habbia à fare, come di sopra, vno sesquiquarto. Prendo il punto F, e tiro la Capitale FC, prolongandola anche fuori; similmente prolongo FB, FD, FA, FE. Doppo di che applico la Capitale FC all'interuallo 16. 16, e l'interuallo 20. 20 mi dà FH Capitale del maggior Baloardo. Ora dal punto H tiro due parallele alle due faccie CB, CD, che rincontrando le prolongate FB, FD in I, & K, fanno le faccie del nuouo Baloardo HI, HK, e similmente dalli punti I, & K tirandosi le IL, KM parallele alle BA, DE, s'hauranno li fianchi del Baloardo maggiore, e determinaranno le sue mezze gole LF, & MF. La dimostratione è la stessa, che di sopra, per la 20 del lib. 6, essendo manifesto per il parallelismo delle linee, che così l'vno, come l'altro Baloardo sono risoluti in triangoli simili.

Fattosi il dissegno à questo modo del maggiore intorno al minore (l'istessa forma d'operare si tiene, quando data vna figura maggiore, se ne voglia far vna minore) non è dificile il traportarlo separatamente, ò col Compasso di tre punte, soprapplicandole alli punti FLI, & alla linea FR applicando le punte, che danno la distanza FL, poiche l'altra punta mostra

ſtra il punto I, per tirar la linea LI, e così di mano inmano: Ouero col Compaſſo ordinario di due punte, col beneficio de gl'archi, che ſi tagliano, cioè nella FR pigliaſi la FL, poi all'interuallo LI ſi deſcriue vn'arco occulto, & all' interuallo FI ſe ne deſcriue vn'altro pur occulto, che tagliando il primo in I, dà il punto per tirar la LI. Similmente à gl'interualli IH, & FH altri due archi daranno nella lor' interſettione il punto H; e nella ſteſſa maniera ſi trouerà il punto K, & il punto M: e congiunti tali punti con linee, ſarà traportato il diſegno fatto intorno alla figura minore data.

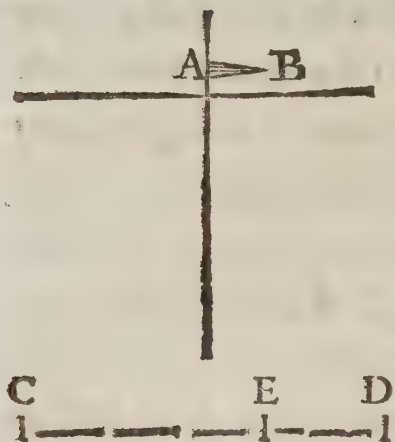
QVESTIONE TERZA.

Data vna linea in vn piano, come s'habbia à trouare la grandezza della linea, che le corriſponde in vn' altro piano ſimile nella data proportione.

OCcorre alcune volte, che eſſendo data vna ſuperficie piana, in cui ſono deſcritte varie linee, ſenza prenderſi la briga di deſcriuere tutta l'altra ſuperficie ſimile maggior, ò minore nella data proportione, vorriamo ſapere, quanta douria eſſere la grandezza d'vna linea, che in quella ſuperficie da farſi corriſpondeſſe ad vna tal linea, che habbiamo nella ſuperficie data. L'operatione è facile, poiche baſterà nello ſtromento prendere nella linea AZ li due numeri eſprimenti la data proportione de' piani, & applicata la data linea all' interuallo del numero congruente, l'interuallo dell' altro numero darà la linea cercata.

Sia per cagion d'eſſempio dato in piccolo il diſſegno d'vn' Orologio à Sole, e ſi voglia ſapere, quanto maggiore dourà

eſſere

essere lo stile d'vn'Orologio totalmente simile in vn'altro piano dato maggiore. Se non sò quanto maggiore, sia questo secondo piano. Prendo la lunghezza, ò la larghezza del dato Orologio, & applicatala alla lunghezza, ò larghezza del piano, in cui s'hà à descriuere il nuouo Orologio, veggo, che proportione habbiano le lunghezze tra loro, ò le larghezze tra loro (poiche è tutto il medesimo) e presi li quadrati de' numeri esprimenti la proportione di dette lunghezze, ò larghezze, questi daranno la proportione de' piani. Così se la lunghezza del dissegno si contiene sei volte nella lunghezza del piano, le superficie de gl'Orologi saranno come 1 à 36. Dunque prendo la lunghezza dello stile AB nel dissegno, e nello stromento l'applico all'interuallo 1. 1; poiche l'interuallo 36. 36 mi darà CD lunghezza dello stile per l'Orologio da descriuersi nel piano, che è 36 volte maggiore.

Egli è vero, che conosciuta la proportione de' lati delle superficie, il trouar poi queste linee si può fare per quello, che s'è detto nel primo Capo, con la linea dello stromento diuisa in parti vguali per le linee semplici, poiche tali linee hanno tra di loro la proportione de' lati delle figure simili; Mà se sia data la proportione solamente de' piani, e non quella de' lati, conuien' operare con questa linea AZ dello stromento nel modo detto: e così se la proportione de' piani fosse data, come 1 à 24, la lunghezza dello stile douria essere CE, prendendosi l'interuallo 24.24.

La dimostratione di ciò, che s'è operato è, perche la proportio-

portione, che vna linea hà ad vn'altra linea dello ſteſſo piano, è l'iſteſſa con la proportione, che nell'altro piano ſimile hanno le due linee homologe, e permutando &c. Dunque data la proportione de' piani ſimili, le linee homologe de' detti piani ſono tali, che li loro quadrati ſono nella proportione de' piani dati. Dunque pigliandoſi nello ſtromento tali due linee, che li loro quadrati hanno la proportione de' piani dati, quella è la grandezza cercata della linea homologa alla linea data.

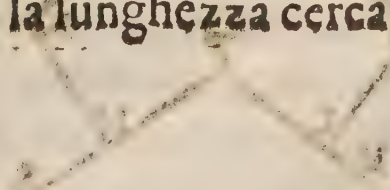
Ma ſe occoreſſe, che la linea data foſſe così grande, che nello ſtromento non capiſſe all'interuallo del numero, che le corriſponde ne' termini della proportione data, prendaſi vna parte aliquota di detta linea, poiche l'interuallo dell'altro numero della proportione darà vna ſimile parte aliquota della linea, che ſi cerca: perche eſſendo le parti nella proportione de' ſuoi intieri, per la 15 del lib. 5, anche i quadrati delle parti hanno la proportione de' quadrati de' ſuoi intieri, per la 23 del lib. 6. Come ſe la proportione de' piani doueſſe eſſere, come 4 à 63, e la linea nel piano dato foſſe lunga vn palmo, queſta non capirebbe nell'interuallo 4.4; prendaſi dunque tal parte, che commodamente vi capiſca, e ſia la quinta parte; queſta s'applichi all'interuallo 4 4, e l'interuallo 63.63 darà la quinta parte della linea, che ſi cerca.

Che ſe alcuno de' termini della proportione foſſe eſpreſſo con vn numero maggiore di quelli, che ſono notati nella linea AZ, veggaſi s'egli ſi può diuidere per qualche numero quadrato, e ſeruaſi del quotiente, per pigliar nello ſtromento l'interuallo, che à tal numero corriſponde; e poi queſto interuallo ſi replichi tante volte, quante vnità ſono nella radice di quel numero quadrato, che ſeruì per diuiſore; che così s'haurà

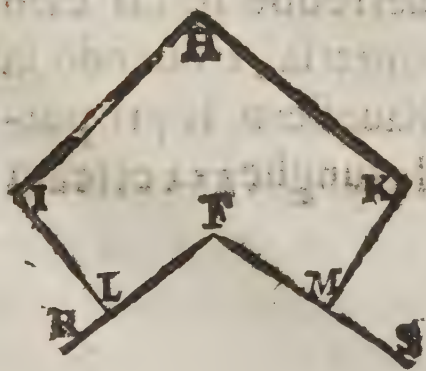
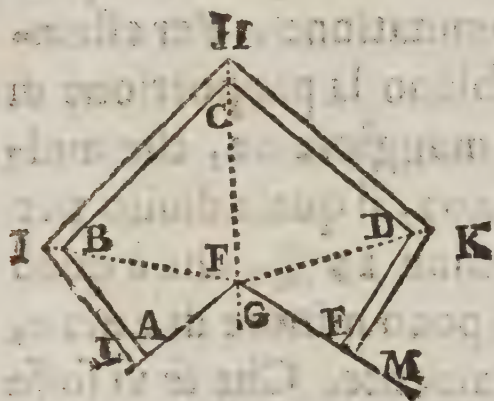
urà tutta la linea cercata. Per essempio, sia dato il semidiametro d'vn circolo, e si desideri il semidiametro d'vn'altro circolo, che rispetto al primo sia come 2 $\frac{22}{25}$ à 1. la proportione dunque è come 72 à 25. Applico alli punti 25. 25 il dato semidiametro; e perche nella linea AZ dello stromento non v'è il num. 72, diuido questo per vn numero quadrato, come per 9, la cui radice è 3: e venendo il quotiente 8, prendo l'interuallo 8. 8: e perche 3 è radice del 9 diuisore, triplico la linea trouata all' interuallo 8. 8, e così hò il semidiametro cercato d'vn circolo, che sarà al dato circolo, come 72 à 25. La ragione è, perche l'interuallo 8. 8 dà il raggio d'vn circolo, che è al dato, come 8 à 25. Mà il raggio triplo di quello, è raggio d'vn circolo non cuplo; dunque d'vn circolo, che è come 72.

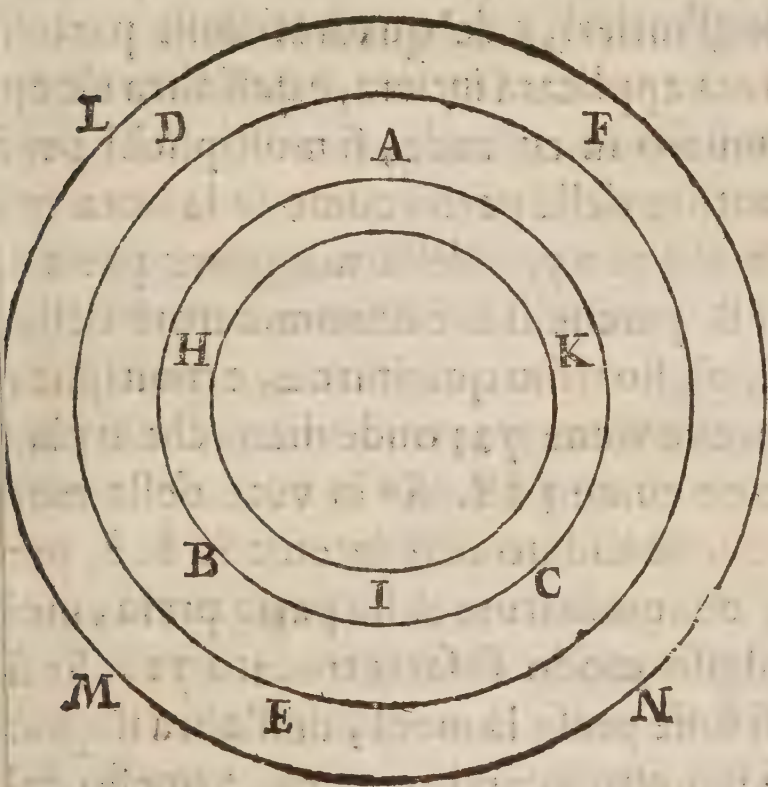
Similmente se ambidue li numeri fossero troppo grandi, ne si potessero diuidere per lo stesso numero quadrato, basterà diuidere ciascuno per quello, che si può, e della linea data prendere la parte, che dimostra la radice quadrata del Diuisore del numero, che le corrisponde. Per essempio nella fig. 15 la linea CD è in vna figura piana, e si cerca la grandezza di quella, che le corrisponde in vn'altra figura piana, che sia alla data figura, come 99 à 80. Diuido 80 per il quadrato di 2, che è 4, & il quotiente è 20: perciò diuisa la CD per metà (poiche 2 è la radice del Diuisore) questa metà applico all'interuallo 20. 20. Poi diuiso il 99 per 9, il quotiente 11 mi mostra, che debbo prendere l'interuallo 11. 11, e perche la radice del diuisore è 3, triplico quest' interuallo, e sarà ciò che si cercaua. La ragione è, perche l'interuallo 20. 20 è l'interuallo 11. 11, danno i lati de' quadrati, che sono come 20 à 11. Dunque il primo lato duplicato è lato d'vn quadrato,

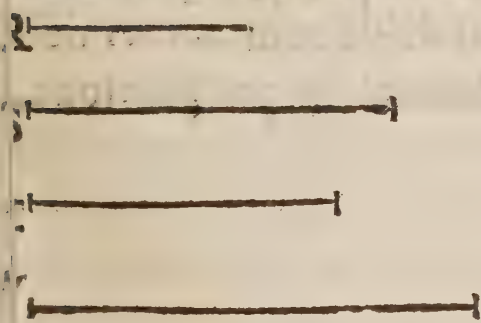
drato, che è quadruplo di 20, cioè come 80, & il secondo lato triplicato è lato d'vn quadrato noncuplo di 11, cioè come 99.

Se poi li due numeri esprimenti la proportione del piano sono tali, che niuno d'essi si possa diuidere per alcuno de'numeri quadrati, si riducano ad altri numeri, che prossimamente esprimano la data proportione, se bene non tanto precisamente; quando l'operatione Mecanica non richiede tanta accuratezza. Il che si fà prendendo ò il massimo numero, ò vno de'maggiori di quelli, che sono notati nello stromento, e questo moltiplicato per il minore delli due della proportione, il prodotto diuiso per l'altro numero, che resta, cioè per il termine maggiore della proportione, il quotiente darà l'altro numero, che sarà il termine minore, con cui si esprime la proportione ridotta à questa nuoua denominatione. Per essempio debbano esser due piani, che habbiano la proportione di 223 à 71: prendo per nuouo termine maggiore 62, che moltiplicato per il minore 71, produce 4402, il quale diuiso per il maggiore 223, dà per nuouo termine $19\frac{165}{223}$, che è quasi $19\frac{3}{4}$: onde prendendo l'interuallo vn poco minore di 20.20, s'haurà quanto basta per operare fisicamente. Che se vi fosse di mestieri di maggior precisione, conuerrebbe in tal caso operare conforme alle regole della Geometria, trouando la media proportionale tra due linee, che hauessero la proportione data de' piani, e quella media saria la lunghezza cercata della linea.

QVESTIONE QVARTA.

Date due figure piane simili trouar la loro proportione.

NOn si vuol negare, che vi siano delle figure simili, la cui proportione non si può esprimere con numeri, come quelle, che sono incommensurabili, & hanno i lati homologi incommensurabili di lunghezza, e di potenza, come si parla nel lib. 10 d'Euclide. Ad ogni modo, per la prattica, à cui serue questo stromento, basterà trouare appresso di poco, qual sia la loro proportione. E per far ciò, con due distinti compassi si prenda la lunghezza de' lati homologi delle figure, cioè di quelli, che sono frapposti fra gl'angoli simili, e posta la linea minore ad vn' interuallo, che si stimerà più à proposito, conforme à ciò che la prattica insegnarà, veggasi sù qual' interuallo capisca l'altra linea maggiore; & i numeri, ne' quali caderà questa applicatione, esprimeranno la proportione. Come per essempio, sono dati li due Baloardi simili, e si desidera sapere, che proportione habbiano; prendo con due compassi la lunghezza delle faccie CD, & HK; & applicata CD all'interuallo 24. 24, trouo, che HK cade nell'interuallo 30.30, onde cauo, che le lor'aree sono come 24 à 30, cioè come 4 à 5.

E quì

E quì è da auuertire eſſer meglio applicare la linea minore à tal'apertura dello ſtromento, che la maggiore venga à cadere verſo li numeri maggiori, perche eſſendo li punti delle diuiſioni verſo il fine dello ſtromento tra di loro poco diſtanti, ſi vien'anche à trouare più preciſamente l'interuallo capace della maggiore, paſſandoſi dall'vn punto all'altro con poca differenza, doue che nelle parti dello ſtromento più vicine al

centro non è così facile, che ſi affronti preciſamente in tal'apertura, che li due Compaſſi ſi poſſano giuſtamẽte applicare a' punti, che ſi cercano. Così ſia il circolo HIK la larghezza d'vn cannello di bronzo, per cui vno riceue l'acqua dal bottino d'vna fontana; & il circolo DEF ſia la larghezza d'vn'altro cannello, per cui l'acqua della ſteſſa fontana ſi deriua ad vn'altro: ſi cerca la proportione dell'acqua, che ciaſcuno riceue, quanto è per queſto capo. Prendo il ſemidiametro, ò il diametro del primo, e l'applico all'interuallo 15.15; dipoi veggo doue cada il ſemidiametro, ò dia-

ò diametro dell'altro, e trouo, che cade nel 50; dunque argomento, che l'acqua si diuide trà questi due nella proportione di 15 à 50, cioè di 3 à 10.

Che se le linee date fossero troppo lunghe, già dalle cose dette di sopra si caua, in qual maniera possiamo seruirci delle lor parti aliquote. Se si piglia d'amendue la stessa parte aliquota, come la metà, ò il terzo di ciascuna, li numeri in cui cadono, esprimono la proportione, perche la stessa proportione è de' quadrati de gl'intieri, e de' quadrati delle parti simili. Se vna linea è stata applicata intiera, e dell'altra s'è applicata vna parte, il numero in cui cade, si moltiplichi per il quadrato del denominatore della parte; come se la linea minore si fosse applicata al 27. 27, e della maggiore presa la metà, cadesse nel 18. 18, perche il 2 è denominatore della parte, cioè della metà, piglio il suo quadrato 4, e moltiplicato per esso il 18, trouo, che viene 72; onde dico, che li piani sono come 27 à 72, cioè come 3 à 8. Se in vece della metà hauesse preso il terzo, e fosse caduto nell' interuallo 8. 8, perche 9 è quadrato del 3 denominatore della parte presa, moltiplicato 8 per 9, all'istesso modo si saria trouato 72. Se finalmente d'vna linea si fosse presa la metà, dell'altra il quinto, il num. della prima si moltiplicarebbe per 4, e quello della seconda per 25, che sono i quadrati de' denominatori delle parti prese, & i prodotti esprimerebbono la proportione cercata de' piani simili.

QVESTIONE QVINTA.

Date due, ò più figure piane simili, trouarne vna simile vguale à tutte quelle insieme.

OCcorre alle volte hauer'alcune figure la somma delle quali si vuol'hauere in vna sola figura simile à quelle: e se bene ciò si può pratticare, mediante la 47 del lib. 1, come apparisce da ciò, che s'è detto nella descrittione di queste linee Geometriche; ad ogni modo senz'altro trauaglio facilmente si troua il lato della figura, che si cerca mediante questo stromento. Siano dati due, ò più pentagoni, per farne vno simile vguale à tutti insieme. Prendo con tanti compassi, quante sono le figure date, li lati di dette figure, e conforme alla Questione precedente trouo la proportione di dette figure tra di loro: e considerati i numeri esprimenti la proportione, li riduco in vna somma, & il numero, che ne risulta è quello, à cui nelle linee Geometriche si deue prender l'interuallo, per hauer'il lato del pentagono, che si cerca. Così se si è trouato, che la proportione delli dati due pentagoni è come 7 à 10. il pentagono vguale à tutti due sarà come 17; onde ritenuta quella stessa apertura dello stromento, prendo l'interuallo 17. 17, e questo è il lato del pentagono vguale alli due pentagoni dati.

Mà se essendo più di due le figure date, ò non hauessi tanti compassi, quante son quelle, ouero nella stessa apertura di stromento non si trouasse, che cadessero giustamente sù li punti, si faccia così: se ne prendano due di quelli, che cadendo sù li punti mostrano la proportione, e se ne troui vno

vgua-

vguale à quelli, come ſopra, & è ſtato all'interuallo 17.17. Ritengo con vn compaſſo queſto interuallo, e con vn'altro compaſſo prendo il lato del terzo pentagono dato, & applicando queſti due compaſſi alle linee Geometriche con altra apertura di ſtromento, trouo la proportione loro, e cadano per eſſempio sù li punti 12.12, e 13.13: dunque il pentagono vguale à queſti due ſarà come 25, & all'interuallo 25.25, haurò il lato conueniente al pentagono vguale alli tre pentagoni dati.

QVESTIONE SESTA.

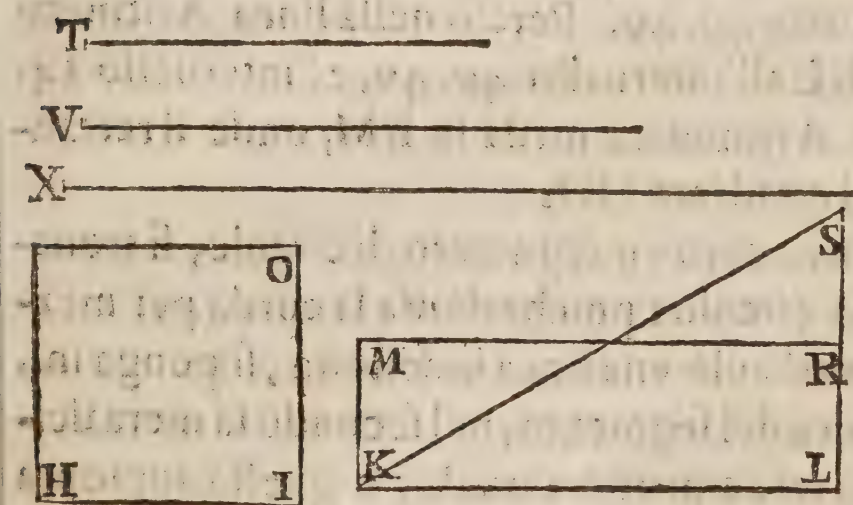
Date due figure piane ſimili, e diſuguali, trouar' vna figura ſimile vguale alla lor differenza.

QVeſta operatione ſeguita per il conuerſo della precedente, perche ſe vniti i numeri eſprimenti la proportione ſi troua la ſomma, ſottratto il minore dal maggiore ſi hà il reſiduo. Dati dunque due Baloardi ſimili nella figura della queſtione 4, ſe ne voglia far'vno vguale alla lor differenza; prendo in eſſi due lati homologi, per eſſempio le mezze gole FE, FM, & applicatele allo ſtromento nelle linee Geometriche, trouo, che cadono ne' punti 16, e 20; onde la proportione de' piani è nota; ſottrago il 16 dal 20, & il reſiduo 4 mi moſtra, che all'interuallo 4.4, haurò la mezza gola del Baloardo ſimile vguale alla loro differenza.

QVESTIONE SETTIMA.

Date due linee, come possa trouarsi la terza proportionale.

SI piglino le lunghezze delle due linee date con due distinti compassi, e s'appplichino allo stromento nel modo detto alla questione precedente: e si osserui sopra quali numeri cadano. Dipoi la lunghezza della prima s'applichi nella linea Aritmetica, di cui si parlò nel Capo 2, al numero, che le corrisponde; perche l'interuallo, che nella stessa linea Aritmetica darà l'altro numero corrispondente nella linea Geometrica, sarà la terza proportionale, che si cerca.

Siano date due linee T, V, alle quali conuenga trouare la terza proportionale: le applico nella linea Geometrica AZ, AS, e trouo, che T cade nell' interuallo 17. 17, & V cade nell'interuallo 33. 33. Perciò nella linea Aritmetica AE, AL della figura 1 applico la linea data T all'interuallo 17. 17, e l'interuallo 33. 33, nella stessa linea darà la terza proportionale X. La dimostratione è manifesta, perche di tre continue proportionali la proportione della prima alla terza è duplicata della proportione della prima alla seconda, cioè

come

come il quadrato della prima al quadrato della feconda, così la prima alla terza. Or essendo il quadrato di T al quadrato di V, come 17 à 33, come mostrò la linea Geometrica, & essendo la T alla X, come 17 à 33, come s'è fatto con la linea Aritmetica; ne seguita, che la T alla X hà la proportione del quadrato di D al quadrato di V, e perciò continua la proportione della linea T alla linea V.

Quindi se farà dato il quadrato HO sopra la linea HI, che rappresenta vn campo di terra; e sarà data la linea KL fianco d'vn' altro pezzo di terra, che debba esser' vguale al detto quadrato HO, si vede esser necessario trouar' vna Terza proportionale, à fine, che si faccia il rettangolo vguale al quadrato, per la 17 del lib. 6. Applico dunque le due linee HI, KL alla linea Geometrica, e vego, che cadono ne gl'interualli quella 14. 14, questa 49. 49. Perciò nella linea Aritmetica applico la linea KL all'interuallo 49. 49, e l'interuallo 14. 14 nella stessa linea Aritmetica mi dà la KM, onde il rettangolo ML è vguale al quadrato HO.

Della stessa maniera dato vn segmento di circolo, si trouarà il diametro di esso circolo: poiche diuisa la corda per mezzo, e tirata à perpendicolo vna linea indefinita, si ponga in primo luogo l'altezza del segmento, nel secondo la metà della corda, e trouisi la terza proportionale: e questa aggionta all'altezza del segmento, darà il diametro del circolo, come apparisce dalla 13 del lib. 6.

QVE-

QVESTIONE OTTAVA.

Come ſi troui vna media proportionale tra due linee date, e ſi faccia vn Quadrato vguale ad vna figura retilinea.

SE la proportione delle linee date è conoſciuta in numeri, ſi applichi nella linea Geometrica vna delle date linee all'interuallo d'vno de'numeri, ch'eſprimono la proportione delle due linee eſtreme, poiche l'interuallo corriſpondente all'altro di detti numeri darà la lunghezza della media proportionale. Mà ſe non ſi sà, che proportione habbiano tra di loro le due linee eſtreme date, queſta ſi troui sù la linea Aritmetica nel modo inſegnato alla Queſtione 5. del Cap 2, e poi s'opri, come s'è detto.

Sia dato vn triangolo KSL nella fig. della queſt. antecedente, e ſi voglia vn quadrato, che gli ſia vguale. Per quello, che ſi caua dalla 41. del lib. 1, il ſudetto triangolo è vguale al parallelogrammo rettangolo, che habbia la ſteſſa baſe, e la metà dell'altezza perpendicolare, ò la ſteſſa altezza è la metà della baſe. Dunque ſe ſi trouerà vna media proportionale tra la baſe, e la metà dell' altezza perpendicolare del triangolo, queſta ſarà il lato del quadrato vguale al triangolo dato KSL, eſſendo che per la 17 del 6, il quadrato di quella è vguale al rettangolo ſotto le due eſtreme. Diuido dunque per metà l'altezza SL in R, e nella linea Aritmetica applicate KL, & LR, trouo, che la prima è 49, la ſeconda 14: perciò nella linea Geometrica applico KL all'interuallo 49. 49, e nella ſteſſa preſo l'interuallo 14. 14, dà la linea HI me-

M dia

dia proportionale cercata, il cui quadrato HO è vguale al dato triangolo KSL. E che HI sia la media proportionale cercata è manifesto, perche per la costruttione dello stromento il quadrato di KL al quadrato di HI è come 49 à 14, cioè come la linea KL ad LR: dunque essendo la proportione di KL ad LR duplicata della proportione di KL ad HI, saranno continuamente proportionali KL, HI, LR. Che se la figura sia di molti lati, si risolua in triangoli, & in ciascheduno si tiri la perpendicolare, e trouisi il quadrato di ciascun triangolo, e poi per la quest. 5. si troui il quadrato vguale à tutti questi quadrati.

QVESTIONE NONA.

Descriuere con facilità vna Parabola.

E' Dimostrato, che nella Parabola li quadrati delle linee Applicate al diametro sono in tal proportione, quale hanno le Saette (che sono la parte del diametro intercetta tra'l punto dell'Applicatione, & il Vertice della Parabola) essendoche ciascun Quadrato delle Applicate è vguale al rettangolo fatto dalla Saetta, e dal lato Retto; e perciò hauendo tutti i rettangoli l'altezza medesima, che è il lato Retto, hanno la proportione delle basi, cioè delle Saette.

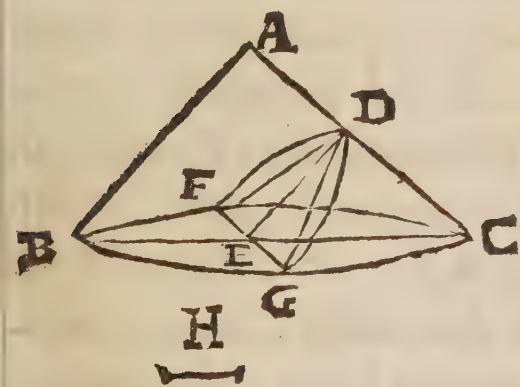
Preso dunque il Diametro della Parabola si diuida in quante si vogliano parti vguali cominciando dal Vertice, e per i punti delle diuisioni si tirino linee parallele tra di loro, ò siano perpendicolari al diametro, ò oblique, come più piacerà. Dipoi prendasi il lato Retto, se è dato, e tra esso, e la prima Saetta, trouisi vna Media proportionale, per la quest. 8, e questa

ſta ſarà la grandezza della prima Applicata. Ciò fatto, pongaſi queſta prima Applicata tra li punti 1. 1. della linea Geometrica; e poſcia preſa la diſtanza 2. 2. ſi ponga nella ſeconda parallela, e ſarà la ſeconda Applicata; nella terza parallela ſi metta la diſtanza 3. 3. e ſarà la terza Applicata, e così di mano in mano. Finalmente la linea, che paſſarà per queſti punti eſtremi delle Applicate, ſarà Parabolica.

Che ſe il lato Retto non è dato, prendaſi la prima Applicata grande ad arbitrio, e ſi operi, come ſi è detto; e ad vna delle Saette, & alla ſua Applicata trouandoſi per la queſt. 7. la Terza Proportionale ſarà il lato Retto di tal Parabola.

QVESTIONE DECIMA.

Data vna Parabola in vn Cono dato, trouar vn Quadrato à lei vguale.

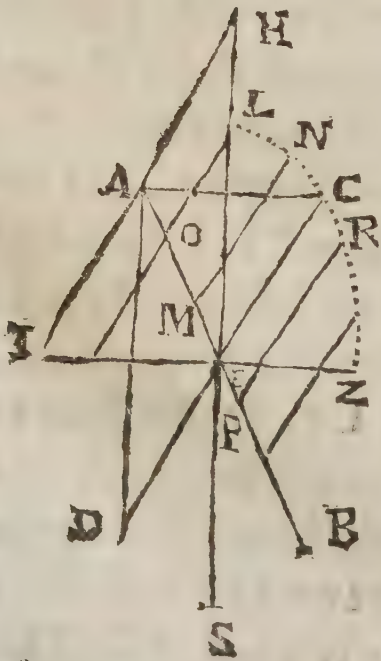
Sia dato il Cono ABC, e dal punto D ſia fatta la Settione, che genera la Parabola FDG. Or eſſendo DE parallela ad AB, come CA à CB, così CD à CE, la quale perciò, per la queſt. 3. del capo 2, ſarà nota. E perche CB è diametro del circolo BFCG, tagliata ad angoli retti dalla ſettione FG, perciò tra CE, & EB ſi troui la Media Proportionale, e ſarà

EG, conforme alla 13. del 6. Ora il Maſſimo Triangolo della Parabola ha per baſe FG, e per altezza ED Aſſe della Parabola, e perciò è vguale al rettangolo fatto da ED, EG.

 Dun-

Dunque tra ED, EG si troui vna Media proportionale, e si. per cagione d'esempio la linea H; & il quadrato di questa sarà vguale al Triangolo massimo della Parabola FDG. Finalmente, perche dalle cose dimostrate da Archimede la Parabola al suo massimo Triangolo è come 4 à 3, quella linea vltimamente trouata H pongasi nella linea Geometrica all'interuallo 3.3, e poi si prenda l'interuallo 4.4: che questo darà vna linea il cui quadrato è vguale alla Parabola data, essendo anch'egli sesquiterzo del massimo Triangolo medesimo.

QVESTIONE VNDECIMA.

Date due linee vguali, che si tagliano per mezzo obliquamente, descriuere intorno ad esse vn'Ellipsi.

Siano le due linee AB, CD, che si tagliano per mezzo obliquamente in E; & intorno ad esse habbiasi à descriuer vn' Ellipsi, di cui elle sono i diametri coniugati vguali. Prima si trouino gli Assi: il che breuemente si fà tirando le linee AC, AD; e queste diuise vgualmente in F, e G, dal centro E si tirino le linee EH, EI indefinite: Queste si dimostra, che sono gli Assi, perche essendo li punti D, A, C, estremità delli diametri vguali dati nella circonferenza dell'Ellipsi, così la linea AD, come la AC sono Applicate, quella al diametro EI, e questa al diametro EH. Ora perche AE è vguale ad EC, per l'hipotesi,

tesi, & AF vguale à FC per la costruttione, e FE è commune, sono li Triangoli AFE, CFE vguali, e gli angoli posti à F sono vguali, e perciò retti: dunque il diametro EH è Asse. Similmente si dimostra gli angoli à G esser retti, e per conseguenza il diametro EI esser Asse.

Per trouar il termine de gli Assi, dal punto A si tiri vna parallela all'altro diametro DC, la quale è Tangente dell'Ellipsi, e taglia gli Assi in H, & I. Trouisi dunque tra EF, & EH, la media Proportionale EL, per la quest. 8, e questo è il termine dell'Asse maggiore: e similmente tra EG, & EI trouisi la Media proportionale EK, & è K termine dell' Asse minore. Tirata pertanto la KL è Applicata al diametro AB.

Ciò fatto, nel Diametro AB prendansi quelli punti che si vogliono M, P, & altri, e si tirino linee parallele all'Applicata KL, ò pure al diametro DC, che tutto torna allo stesso. E per hauere la quantità di queste, si prenda, per la quest. 8, la media proportionale tra li due segmenti del diametro: così tra AM, MB sia MN; e tra AP, PB sia PR, e così dell'altre: perche li punti N, R, &c. sono anch'essi nella circonferenza stessa con gli altri. Il che si dimostra, perche nell' Ellipsi i Quadrati delle Applicate sono nella proportione delli Rettangoli fatti dalli segmenti del diametro, à cui sono Applicate. Onde come il rettangolo AOB al rettangolo AMB, così il Quadrato OL al Quadrato MN: e così in realtà sono, essendosi poste OL, MN medie Proportionali.

E che li Quadrati delle Applicate all'vno de' Diametri coniugati vguali, siano vguali alli Rettangoli fatti dalli segmenti, è manifesto; perche come il rettangolo AEB al Quadrato EC, così il rettangolo AOB al Quadrato OL: Mà il rettangolo AEB è vguale al Quadrato EC (essendo vguali le trè linee

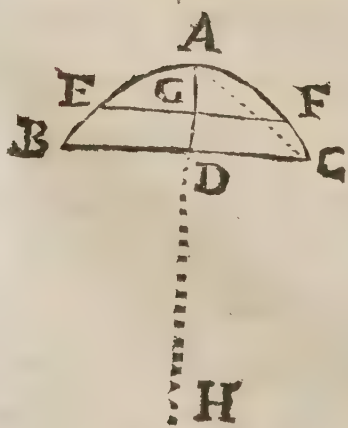
EA,

EA, EB,EC, per l'hipotesi) dunque anche il rettangolo AOI è vguale al Quadrato OL, & AMB al Quadrato MN.

Auuertasi dalli meno prattici, che tal modo di descriuer l'Ellipsi con le Medie proportionali al modo sodetto, conuiene solo alli diametri coniugati vguali.

Nella maniera che si è descrita vna quarta parte dell' Ellipsi, si fà il quadrante opposto; e l'istesso artificio si vsa con gli altri quadranti; il che non hò fatto in questo esempio per isfuggire la confusione delle linee. Che poi HS, & IZ siano gli Assi, che ad angoli retti si tagliano in E, è manifesto; perche da E vscendo trè linee EA, EC, ED vguali, quello è centro del circolo, che passa per li punti estremi, onde CAD è angolo retto, essendo nel semicircolo; e perciò AC, & IE sono parallele, e l'angolo IEF è vguale all'angolo AFE retto, poiche tutti due insieme si vguagliano à due retti.

QVESTIONE DVODECIMA.

Data vna portione di Ouato trouar il restante del suo diametro.

SIa data la portione Elliptica BAC, in cui sia tirata la retta BC, e diuisa per mezzo in D; à questa tirisi parallela vn'altra linea EF similmente diuisa in G. Quindi per D, e G tirata la retta DA sarà parte del Diametro, di cui si cerca il residuo DH. Prendansi le Applicate DC, e FG, e la proportione de' loro Quadrati si troui nella linea Geometrica: Dipoi nella linea Aritmetica

ca ſi troui la proportione delle linee GA, DA.

Ora, perche come il Quadrato di GF al Quadrato di DC, così è il rettangolo AGH al rettangolo ADH; perciò à fine di trouare la DH, queſta ſi metta 1 ℞ al modo gli Algebriſti. E ſuppongaſi, che GA ſia 3, e DA ſia 5: dunque GD è 2: e così GH è 2 + 1 ℞. Dunque il rettangolo *A*GH è 6 + 3 ℞, & il rettangolo *A*DH è 5 ℞. Quindi è, che trouatoſi il Quadrato di GF eſſere 17, & il Quadrato di DC 25 (per cagion d'eſſempio) ſarà come 17 à 25, così 6 + 3 ℞, à 5 ℞: e per la 16 del 6, ò 19 del 7. ſaranno 85 ℞ vguali à 150 † 75 ℞, e leuate da ambe le parti 75 ℞, reſtano 10 ℞ vguali à 150; diuiſo 150 per 10, il Quotiente 15 dà la quantità di vna Radice, cioè DH, che è 15 parti di quelle, che in DA ſono 5; e tutto il diametro AH è di parti 20.

Quindi per vedere ſe il diametro *A*H ſia Aſſe dell'Ellipſi, oſſeruiſi, ſe l'angolo CDA ſia retto, ò nò: il che facilmente ſi farà mettendo nella linea Geometrica la DC all'interuallo 25.25, come ſi trouò; e vedendo doue capiſca la DA, aggionganſi queſti due Quadrati. Dipoi tirata la retta *A*C anch'ella applicata alla linea Geometrica, ritenuta la ſteſſa apertura dello ſtromento, moſtrarà il ſuo Quadrato: il quale ſe ſarà vguale alla ſomma di que'due Quadrati, l'angolo CD*A* è retto, per la 48 del 1: ſe è maggiore, l'angolo è ottuſo per la 12 del 2, e ſe è minore l'angolo è acuto per la 13 del 2. Se dunque non è angolo retto, quel diametro non è *A*ſſe.

QVESTIONE DECIMATERZA.

Dalli due diametri d'vn Ellipsi trouar l'area.

PRimieramente si faccia come 14 à 11, così il Quadrato del diametro maggiore ad vn'altro, e sarà l'area del circolo di detto diametro, per la 2. di Archimede lib. de dimens. circuli. Dipoi per le cose dimostrate dall'istesso Archimede lib. de Conoid. & Sphæroid. prop. 5. Facciasi come il diametro maggiore al minore, così il Quadrato del diametro maggiore ad vn'altro, e sarà l'area dell'Ellipsi.

Perciò nelle linee Geometriche pongasi la linea data, che è maggior diametro dell'Ellipsi, all'interuallo 14.14, e di poi prendasi l'interuallo 11.11, e sarà lato d'vn Quadrato vguale al circolo di detto diametro.

Dipoi habbiasi in numeri la proportione delli due Diametri dati, e sia per cagion d'essempio 15 a 13: Dunque quell'interuallo trouato tra 11.11, si ponga tra 15.15, poiche l'interuallo 13.13, darà il lato del Quadrato, che è vguale all'area dell Ellipsi cercata.

Finalmente quest'vltimo lato trouato si paragoni col diametro maggiore dato, e sì come è noto il Quadrato di esso diametro maggiore, così sarà noto il Quadrato del lato vltimamente trouato, e per conseguenza sarà nota l'area dell'Ellipsi.

QVESTIONE DECIMAQVARTA.

Dato vn numero, trouare la sua radice quadrata.

E' Vero, che non tutti li numeri sono quadrati, e perciò non hanno la radice precisa, ad ogni modo, per le operationi Fisiche, ci basta la radice più vicina ne' numeri intieri, e nel formare squadroni, quadri di gente, non occorre saper li rotti. Mà perche tutti li numeri di sotto del 100. sono di due sole figure, perciò nello stromento non si trouerà immediatamente, che la radice di numeri non maggiori di quattro figure, perche vn numero di tre, ò quattro figure hà la radice di due figure, mà se il numero habbia cinque, ò sei figure, la radice è di tre figure, come è manifesto, & allhora si richiede qualch'altro artificio da spiegarsi. Ora se è nota la proportione di due quadrati, la subduplicata è la proportione delle loro radici, e così di quali parti è vna, di tali sarà anche l'altra. Perciò dato vn numero, sappiamo, che proportione habbia ad vn'altro numero, presi tutti due come quadrati nella linea Geometrica. E se sarà nota la radice d'vno nella linea Aritmetica, si manifesterà anche l'altra radice in particelle simili. Quindi è, che dato vn numero d'alcune figure, ne piglio vn'altro ad arbitrio, mà precisamente quadrato, il quale ò tutto intiero, ò gettati via li zeri, sia tra li numeri segnati nella linea Geometrica. Et il numero dato ò tutto intiero, ò gettate via tante figure, quanti zeri si leuârono dal quadrato preciso, lo prendo al suo interuallo nella linea Geometrica, allargato lo stromento ad arbitrio: e poi con vn' altro Compasso prendo l'interuallo del numero precisamente quadrato nel

modo detto, tolto ad arbitrio. Poscia nella linea Aritmetica applico questo secondo interuallo al numero, che è radice conosciuta del quadrato preciso, e l'altro interuallo darà nella linea Aritmetica la radice cercata.

Sia dato il numero di Soldati 5400, di cui desidero la radice quadrata per sapere, quanti debbano esser per fronte, volendo far squadrone quadro di gente; leuo li due zeri, & aperto lo stromento ad arbitrio, prendo nella linea Geometrica l'interuallo 54. 54. E ritenuta quell'apertura di stromento, piglio nella stessa linea l'interuallo d'vn numero precisamente quadrato, come 4. 9. 16, ò altro tale. Sia preso per essempio l'interuallo 9. 9, la cui radice è nota essere 3. Ora perche si gettaron via due zeri dal numero dato 5400, s'intendono leuati due zeri anche dal 900; sono dunque li due quadrati applicati nella proportione di 900 à 5400; e così la radice del primo è 3 con vn zero, cioè 30. l'interuallo dunque 9. 9 della linea Geometrica applicato nella linea Aritmetica al 30. 30, l'apertura dell'altro Compasso, che daua 54. 54 nella linea Geometrica, caderà nella linea Aritmetica all'interuallo 73. 73, e così dico la radice del numero 5400 essere 73, e perciò essere 73 file di Soldati, ciascuna delle quali ne hà 73 di fronte.

L'istesso sarebbe, se in vece di prendere 9. 9 si fosse preso 25. 25, poiche quell'interuallo 25. 25 della linea Geometrica applicato nella linea Aritmetica al 50. 50, similmente hauria dato l'intiero 73 per radice del 5400. Mà perche quell'interuallo è vn poco maggiore del 73. 73, è segno, che al numero 73 và aggiunta vna frattione.

Mà se il numero dato fosse stato 5486, saria stato bene in vece di 54 prendere 55, poiche quel numero più s'accosta

al

al 5500, & allhora la radice, che viene 74 è proſſima alla vera: il che deue farſi, quando ſi tagliano due figure, che paſſano la metà di 100, poiche in vece del numero intiero s'opera col ſubcentuplo.

Che ſe il numero, di cui ſi cerca la radice, foſſe piccolo in modo, che nello ſtromento non ſi poteſſe facilmente prender nella linea Aritmetica l'interuallo proprio, ſi prenda il decuplo, e ſi trouerà in decime la frattione attaccata all'intiero. Come per eſſempio, cerco la radice di 18 piedi, che ſono l'area d'vn piano da ridurſi in quadro: prendo nella linea Geometrica l'interuallo 18. 18, e poi nella ſteſſa prendo l'interuallo d'vn numero quadrato, per eſſempio 49. 49, la cui radice è 7: mà perche rieſce ò ſcommodo, ò impoſſibile mettere quell'interuallo nella linea Aritmetica al 7. 7, lo metto al 70. 70, e trouando, che il primo interuallo preſo cade quaſi al $42\frac{1}{2}$. $42\frac{1}{2}$, poiche li 70 non erano ſe non 7, così li 40 non ſono ſe non 4, & il reſto dà li decimi d'vn' intero, perciò dico, che la radice di piedi 18 è piedi $4\frac{1}{4}$ quaſi, ma certo è più di $4\frac{1}{5}$, perche cade in vn'interuallo maggiore di 42. 42, cioè maggiore di $4\frac{2}{10}$.

Occorrendo poi, che il numero foſſe di tre ſole figure, ò anche di due, ma maggiore del maſſimo quadrato notato nella linea Geometrica, prendaſi vna parte aliquota di eſſo tale, che ſia minore del numero 64 maſſimo delli notati nella linea: e queſto interuallo s'applichi ad vn'altro numero in tal linea, il qual'habbi vn'altro così moltiplice, come tutto il numero è moltiplice di quella parte preſa; e queſto vltimo interuallo del moltiplice ſarà l'interuallo, che nella linea Aritmetica moſtrerà, quanti intieri, e quante decime habbia la radice. Per eſſempio, cerco la radice di 96: perche è troppo

grande il numero, piglio la metà 48, e prendo nella linea Geometrica l'interuallo 48. 48, e con vn'altro Compaſſo l'interuallo per eſſempio 4. 4, la cui radice è 2, ma per commodità nella linea Aritmetica s'applicherà all'interuallo 20. 20, onde poi s'hauranno li decimi dell'vnità: ſe ſi applicaſſe alla linea Aritmetica, l'interuallo preſo 48. 48 non hauriamo ſe non la radice della metà del quadrato, & eſſa caderebbe all' interuallo 69. 69, cioè la radice ſaria $6\frac{9}{10}$, onde per hauer la radice del doppio quadrato, cioè di 96, conuerrebbe raddoppiare la radice trouata, e tra 69 decime, e 138 decime trouare il medio proportionale $9\frac{7}{10}$. Mà per trouare ciò ſenza fatica di calcolo in trouar queſto medio proportionale, prendo quell'apertura di compaſſo, che pigliaua l'interuallo 48. 48, e l'applico nella linea Geometrica all'interuallo 10. 10, e poi (perche 48 è la metà di 96) prendo l'interuallo del doppio di 10, cioè 20. 20, e queſto applico alla linea Aritmetica, in cui l'apertura dell'altro Compaſſo è applicata al 20. 20, e trouo, che queſt'vltimo interuallo cade nel 97. 97, e quaſi nel 98. 98, onde conchiudo, che la radice del numero 96 è $9\frac{7}{10}$, e quaſi $9\frac{8}{10}$.

E perche operando in tal maniera occorrerà, che l'interuallo vltimo da applicarſi alla linea Aritmetica ſarà tale, che non capirà nell'interuallo dell'apertura dello ſtromento, perciò tiriſi vna linea lunga quanto porta queſt'interuallo preſo nella linea Geometrica: e poi preſo nell' Aritmetiche l'interuallo 100. 100, ſi leui dalla linea tirata; il reſto della linea s'applichi all'interuallo dell' Aritmetiche, e s'haurà il numero da aggiungerſi al 100: tutte le decine ſaranno vnità, il reſto darà i decimi dell'vnità. Per eſſempio cerco la radice di 156: perche è troppo grande, piglio la terza parte, che è 52, e nelle

le linee Geometriche prendo l'interuallo 52.52, e con quell'
apertura prendo l'interuallo d'vn numero quadrato, per es-
sempio 4, la cui radice è 2, e questo interuallo s'applicherà
nell'Aritmetiche al 20. 20. Dipoi quell'apertura di compas-
so, che daua l'interuallo 52. 52, allargato lo stromento, la
metto nelle stesse linee Geometriche ad vn numero, che hab-
bia il triplo, per essempio al 15.15, e poi prendo il triplo, cioè
45.45. E questo è l'interuallo, che darà la radice di 156.
Mà perche applicato il secondo Compasso nelle linee Arit-
metiche, come si disse, al 20. 20, quest' altro interuallo non
ci capisce; perciò alla misura di questo interuallo tiro vna
linea, e preso il massimo interuallo delle linee Aritmetiche
100, 100, lo taglio dalla linea descritta, e quel che auanza
della linea, l'applico allo stromento, e vedo, che cade all'in-
teruallo 24. 24: onde conchiudo essere 124 decime, cioè
12 $\frac{4}{10}$ la prossima radice di 156.

Di quì si caua il modo di trouar la radice quadrata anche
de' numeri maggiori di quattro figure, perche se sarà il num.
18412, di cui si cerchi la radice quadrata, getto via le due
vltime figure 12, e del resto 184 prendo la quarta parte, che
è 46, e nelle linee Geometriche prendo la distanza 46. 46, e
con vn'altro Compasso l'interuallo di qualche numero qua-
drato, per essempio 9. 9; e così, come quello 46 è di centina-
ra, così anche questo 9, onde sono due quadrati 900, e 4600;
e questo è la quarta parte del numero proposto, dunque ap-
plicando questo interuallo ad vn numero, di cui si troui il
quadruplo, per essempio al 15. 15, l'interuallo 60. 60, sarà
la radice del quadrato 18400. Dunque applicato quell'in-
teruallo 9. 9, preso da principio col secondo Compasso, alla
linea Aritmetica al punto 30. 30, l'altro Compasso con l'a-

pertu-

pertura dell'vltimo interuallo preso darà nelle stesse linee Aritmetiche vn'interuallo maggiore dell'interuallo 100.100 Perciò da vna linea vguale à quest'interuallo cauo l'interuallo 100. 100, & applicato il resto di detta linea, trouo, che cade all'interuallo 35. 35, & vn poco più; onde conchiudo, che la radice del numero proposto 18412 è 135, e qualche cosa di vantaggio.

Due cose quì sono da auuertire: la prima è, che li 100 punti della linea Aritmetica potendosi prendere per 200, si può rendere più breue l'operatione, poiche applicandosi all'interuallo 15. 15, come se fosse 30. 30, verrà l'altro interuallo alli punti $67\frac{1}{2}$. $67\frac{1}{2}$, in circa, onde immediatamente si caua esser la radice 135 in circa, come prima. La seconda è, che se da principio si darà alle linee Geometriche l'apertura, prendendo prima nella linea Aritmetica sopra il lato la lunghezza corrispondente al numero, che è radice del quadrato preciso, come di 30 punti, ò di 15, che s'intendano valer 30, e questi s'applichino al 9. 9, e poi preso l'interuallo corrispondente del numero dato, questo poi applicato al lato dello stromento sù la linea Aritmetica, si potranno hauer le frattioni aderenti nel modo, che s'è detto nel Capo 2. quest. 7. verso il fine.

Se il numero dato fosse così grande, che li due numeri moltiplicati insieme, che lo producono, fossero ambidue maggiori di quelli, che son notati nelle linee, se ne prendano tre, che siano minori, e lo misurino, moltiplicati tra di loro. Per essempio sia il numero dato 604812, leuate le due vltime figure, resta 6048, il quale si produce dal 72 per 84, niuno de' quali si troua notato nelle linee Geometriche. Perciò prendo tre numeri, che insieme moltiplicati lo producono, e sono

56.

56. 9. 12. E così preso l'interuallo 56. 56, deuo trouar'il la-
to del quadrato noncuplo, e perciò l'applico al 4. 4, il cui
noncuplo è 36, e l'interuallo 36. 36 sarà il lato del quadrato
noncuplo del primo. E perche à questo si deue trouar' il duo-
decuplo, applico questo secondo interuallo al 5. 5, e piglio il
duodecuplo, che sarà all'interuallo 60. 60, e con questo ope-
rando nelle linee Aritmetiche, come s'è detto, trouo la ra-
dice quadrata del numero dato 604812 essere 777, e quasi
778, poiche nella linea descritta si può leuare sette volte
l'interuallo 100. 100, & il restante è quasi 78.

Mà cercando la Radice Quadrata d'vn Rotto, prendi nel-
e linee Geometriche li due interualli corrispondenti al Nu-
meratore, & al Denominatore: dipoi traportali nelle linee
Aritmetiche, aprendo lo stromento in modo, che capisca
'interuallo del numero, che vuoi ritenere; poiche l'altro in-
eruallo nelle stesse linee darà il numero cercato.

Sia il Rotto $\frac{4}{9}$, di cui si cerca la Radice Quadrata: prendo
nelle linee Geometriche 4. 4, con vn Compasso, e con vn'al-
ro 9. 9. Dipoi volendo ritener il Numeratore 4; apro lo
tromento in modo, che l'interuallo del primo Compasso si
ddatti alli punti 4. 4, nelle linee Aritmetiche; poiche l'altro
Compasso si addattarà alli punti 6. 6: onde dirò che la radi-
e cercata è $\frac{4}{6}$, cioè $\frac{2}{3}$. Ouero addattando il secondo Com-
passo, che corrisponde al Denominatore, alli punti 9. 9, tro-
o che l'altro corrisponde alli 6. 6: onde dirò, che la Radice
ercata è $\frac{6}{9}$. E perche il 4, & il 9 sono interualli troppo pic-
oli, in lor vece si prendano li moltiplici, cioè 40, e 90, ò
ualsiuoglia altro. Il che molto più serue, quando il Rotto
ato non hà la Radice precisa, poiche si trouarebbe la Radi-
e più vicina alla vera. Così cercando la Radice di $\frac{4}{10}$ si tro-
uareb-

uarebbe ben ſi eſſer di denominatione maggiore di $\frac{4}{6}$, mà ſi ſappia appreſſo di poco quanto maggiore; mà applicandoſi li Compaſſi al decuplo, ſi trouarà eſſer di denominatione maggiore di $\frac{40}{63}$. Quindi eſſendo il denominatore troppo piccolo, la frattione con lo ſteſſo Numeratore è maggiore del douere.

Queſto modo di operare è fondato nella regola per trouare tal Radice Aritmeticamente, la quale ſi approſſimi alla vera; cioè ſi moltiplica il Numeratore per il Denominatore: del prodotto ſi caua la Radice Quadrata proſſima; e queſta ſi mette per Denominatore al Numeratore dato, ouero per Numeratore al dato Denominatore. Così per $\frac{4}{10}$ ſi caua la Radice di 40 fatto dal 4 in 10, & è 6 $\frac{4}{13}$: onde la Radice proſſimamente è $\frac{52}{82}$, ouero $\frac{82}{130}$; la prima è maggiore del douere, eſſendo che quadrandoſi vien vna frattione maggiore di $\frac{4}{10}$; la ſeconda è minore del douere, perche quadrandoſi dà vna frattione minore di $\frac{4}{10}$.

E' la ragione di queſto prendere la Media Proportionale tra il Numeratore, & il Denominatore dati, cauaſi dalla natura delli Quadrati, che ſono nella duplicata proportione de' ſuoi lati. Perciò volendoſi la Radice Quadrata d'vn Rotto, ſi cerca vna frattione, il cui Numeratore ſia al Denominatore nella proportione ſubduplicata del Numeratore al Denominatore della frattione data. E così ritenuto il primo Numeratore, queſta Media Proportionale è il Denominatore; e ſe queſta ſi mette per Numeratore, reſta il primo Denominatore.

CA-

CAPO QVARTO.

Come s'habbia à diuidere lo Stromento per i corpi ſolidi: & vſo di queſta linea Cubica.

SI come le ſuperficie ſono terminate da linee, dalle quali riceuono la denominatione, così li corpi ſolidi ſono terminati da ſuperficie, e da queſte, ò per la qualità loro, ò per la moltitudine vien denominata la figura ſolida; perche s'ella è vna ſuperficie ſola in tutti i ſuoi punti vgualmente diſtante dal centro, che s'intende nel mezzo della ſolidità del corpo, ſarà quel corpo vna sfera; ma ſe non hà queſta vgual diſtanza dal centro, ſarà ben sì sferoidale la figura, ma non sfera; tale è la ſuperficie d'vn vouo, & altre tali ò Ellipticħe, ò Pſeudoellipticħe; ma ſe ſono più ſuperficie terminanti il corpo di diuerſo genere, cioè altre ſuperficie piane, altre curue, & inclinate à far' vn'angolo ſolido, dalla qualità delle ſuperficie ſi denominarà il corpo, ò Cono, ò Cilindro, ò con altro nome compoſto; come li Conoidi Parabolici, ò Hiperbolici, &c. Que'ſolidi però, che più communemente ſi conſiderano, ſono quelli, che hanno molte faccie, e ſon terminati da ſuperficie piane; e conforme al numero, e qualità di tali ſuperficie ſono chiamati tali corpi, come ciaſcuno sà, e può facilmente vedere nelle definitioni del lib. 11. d'Euclide.

Ora nella guiſa, che quelle ſuperficie ſi dicono ſimili, le quali hanno vgual numero di linee, che le terminano, e tra loro proportionali: Così le figure ſolide ſimili (che tanto è, quanto dire corpi ſimili) s'intendono eſſer quelle, che ſono terminate da vgual numero di ſuperficie ſimili. Onde ſe le

 ſuper-

ſuperficie d'vn corpo ſaranno non ſolamente vguali di numero, ma anche di grandezza alle ſuperficie d'vn'altro corpo, tali due corpi ſaranno vguali, e ſimili; ma ſe le ſuperficie vguali di numero, e diſuguali di grandezza ſono ſimili, li corpi ſono ben sì ſimili, ma non vguali. Di queſta maniera vn cubo è ſimile all'altro cubo, perche così l'vno, come l'altro hanno ſei faccie piane, e ciaſcheduna è quadrata; e poiche tutti li quadrati ſon ſimili, perciò anche li cubi ſono ſimili: ma ſe vn quadrato d'vno ſarà maggiore d'vn quadrato dell'altro, ſaranno i cubi diſuguali. Paragonando poi due Parallelepipedi (chi non è così prattico de' vocaboli, s'imagini vna traue, vna tauola, ò coſa tale ben ſquadrata) hanno ben sì ciaſcuno ſei piani quadrilateri, de' quali li due oppoſti ſono paralleli, ma a fine che ſiano ſimili li Parallelepipedi, conuiene che detti piani d'vno ſiano ſimili alli piani dell'altro. Mà parlando de'Coni, e de'Cilindri, ſe bene potria dirſi eſſer tra loro ſimili quelli, che hanno le baſi, e le ſuperficie Coniche, ò Cilindriche ſimili; ad ogni modo per eſſer più immediatamente nota la lunghezza della lor baſe, e la lor' altezza perpendicolare, ò per parlar più generalmente, il lor'Aſſe, quelli ſono Coni, ò Cilindri ſimili, che hanno gli aſſi, & i diametri delle baſi proportionali; il che però ſi deue intendere con la medeſima inclinatione dell'aſſe alla baſe, come è manifeſto, perche ſe vn'aſſe cadeſſe perpendicolare alla baſe, e l'altro aſſe foſſe obliquo, con tutto, che detti aſſi haueſſero nella lunghezza loro la proportione delli diametri delle baſi, non per tanto ſariano ſimili i Coni, ò Cilindri.

Permeſſe queſte coſe, per più chiara intelligenza, auuerto, che nelle coſe ſeguenti prenderò il nome di *Lati Homologi* nel ſenſo medeſimo, che s'è detto nel Capo precedente; e per

nome

nome di *Piani Homologi* intenderò que' piani, che ne' due corpi ſimili ſono ſimilmente poſti in ordine à gl'altri piani delle figure, che terminano.

Eſſendo dunque l'vſo di queſto ſtromento di Proportione in ordine alle figure ſimili, per poter' in eſſo deſcriuere due linee talmente diuiſe, che poſſano ſeruir' al fine preteſo in ordine a' corpi ſolidi, conuien ſupporre ciò che nel lib. 11, e 12 d'Euclide s'inſegna, cioè, che li ſolidi ſimili ſono nella triplicata proportione de' lati homologi, come le sfere ſono nella triplicata proportione de' ſuoi diametri. Il che è quanto dire, che dati due lati homologi di due corpi ſimili, ò due diametri di due sfere, ſe ſi continuarà la proportione ſin' al quarto termine; qual proportione hà il primo al quarto termine, tale è d'vn ſolido all'altro, ò d'vna sfera all'altra. Sì che date quattro linee continuamente proportionali, come la prima alla quarta, così il ſolido sù la prima al ſolido ſimile sù la ſeconda.

Quindi è, che data in linee la proportione, che debbano hauere due ſolidi, conuiene tra quelle trouare due medie continuamente proportionali, per potere sù la prima, e sù la ſeconda fare li ſolidi ſimili, come auuertiti furono da Platone quei di Delo, quando cercauano di raddoppiare l' altare d'Apolline (il qual'era ſtimato vno de' ſette miracoli, per eſſer fatto tutto di ſole corna deſtre, ſenza eſſer' incollate, ne legate inſieme, come riferiſce Plutarco nel fine del libro *De ſolertia animalium*) conforme all'Oracolo hauuto, & eſſi in vece di raddoppiarlo, ne haueano fatto vno quattro volte maggiore del douere, come dice lo ſteſſo Plutarco nel libro de Genio Socratis; Et è aſſai noto appreſſo molti Scittori eſſere queſta la famoſa duplicatione del Cubo, cioè l'inuentione di due medie proportionali tra due eſtreme, l'vna delle quali ſia doppia dell'altra.

Varij ſono ſtati li tentatiui, e varie ſono le forme per trouare mecanicamente queſte due medie proportionali; e chi vuole può vedere nell'Annotationi di Guglielmo Filandro ſopra il libro 9. di Vitruuio cap. 3. qual foſſe il Meſolabio d'Eratoſtene; nel Villalpando tom. 1. part. 2. lib. 1. cap. 3. prop. 12. E nella Geometria di Renato di Chartes ſul principio del lib. 3. trouerà, come per l'inuentione delle medie proportionali, egli ſi ſerua d'vno Stromento da lui propoſto nel principio del lib. 2. Ma quanto appartiene al noſtro fine preſente, meglio ſarà ſeruirci d'vna tauola di numeri, co'quali ſi notaranno tanto preciſamente, quanto baſta, per l'operationi mecaniche, li punti richieſti in ordine alli ſolidi.

E perche tra li ſolidi il più conoſciuto, e facile ad hauerſi la ſua miſura è il cubo, come quello, che hà le tre dimenſioni di tal maniera vguali, che data la lunghezza d'vna ſua linea, e queſta moltiplicata in ſe ſteſſa, ſe ſi moltiplica di nuouo il prodotto per la medeſima, ſi fà nota la ſua ſolidità; e date quattro linee continuamente proportionali, come il cubo della prima al cubo della ſeconda, così qual ſi voglia ſolido sù la prima ad vn'altro ſolido ſimile sù la ſeconda, eſſendo che tanto i cubi, quanto quegl'altri ſolidi ſono nella proportione della linea prima alla quarta: Perciò ſegnandoſi nello ſtromento di Proportione i lati de' cubi, che vanno creſcendo ſecondo la ſerie naturale de'numeri, ſi vengono ad hauere parimenti ſegnati i lati homologi di qualunque ſolidi ſimili. Quindi è, che tal linea ſi chiama più toſto col nome ſpecifico di Cubica, che col generico di Stereometrica; sì perche tutti li cubi ſono ſimili, sì anche perche riducendo le proportioni a'numeri, ſi trouano le medie proportionali coll'eſtrattione della radice cubica.

Sì che

Sì che per formare la sottoscitta tauoletta, in cui si notano le proportioni, che hà la radice di ciascun cubo alla radice del primo cubo, conuiene tra li due numeri esprimenti la propor. tione de' cubi trouare il primo de' due medij proportionali; perche questo sarà la radice del cubo, che hà al cubo del primo numero la proportione, che hà il quarto numero al primo, com' è manifesto da quello, che delle linee s'è detto. E perche la maggior parte de'numeri non hà la radice cubica precisa, & aggionger'à gl'intieri frattioni di diuerse denominationi, saria cosa, che nella prattica porterebbe molto disturbo, quindi è, che riuscirà commodissimo intendere l'vnità diuisa in mille particelle, perche così tutte le frattioni aggiunte à gl'intieri saranno di millesime; e nel numero, che verrà per radice, le tre vltime figure saranno numeratore delle parti millesime aggiunte à gl' intieri significati dal resto delle figure antecedenti nel modo detto nel Capo precedente, doue si parlò delle radici de' quadrati.

Sia dunque nella fig. dello Stromento tirata dal centro dello stromento la linea AL, e la AM, nella quale si prendano AH, & AI vguali, e perciò non è necessario, che queste parti AH, AI siano visibili; e s'intenda AH esser' il lato del primo cubo; questa si replichi quante volte si può, nelli numeri 8, e 27, in maniera, che A 8 è doppia, & A 27 è tripla della lunghezza AH. E per questo s'è notato nel secondo punto 8, e nel terzo 27, per denotare, che il cubo di A 8 contiene otto volte, & il cubo di A 27 contiene ventisette volte il cubo di AH. E se la linea AL fosse più lunga, che si potesse vn'altra volta replicare, nel quarto punto si notarebbe 64, perche il cubo della linea quadrupla di AH, contiene 64 cubi di AH. Ma perche si vede che tra 8, e 27, è molto più tra 27, e 64

cadono

cadono molti numeri, onde dette parti deuon' esser capaci di molte diuisioni, perciò s è preso da principio la linea AH vn poco grandicella; altrimenti non riuscirebbe commoda la diuisione. E questa è la cagione, che non capirà se non circa 50 diuisioni tutta la AL: la quale in vno stromento più grande, in cui possa prendersi assai più lunga la AH, riuscirà anche capace di più numero di lati cubici.

Mà per segnare li lati de gl'altri cubi, e vedere, come si sia fatta la seguente tauoletta delle radici, conuien trouare tra l'vnità, & il numero di ciascun cubo il primo delli due medij continuamente proportionali; il che si fà moltiplicando il quadrato del primo nel quarto numero; e la radice cubica del prodotto è il secondo numero, che si cerca. Il fondamento di ciò fare è, perche dati quattro termini continuamente proportionali A, B, C, D, il piano fatto dalli due estremi A in D, è eguale al piano fatto dalli due medij B in C, per la 16 del 6, e 19 del 7. Dunque li solidi fatti dalli due piani detti, e dal primo termine, sono vguali, e così il quadrato del primo nel quarto A quadrato in D, e vguale al solido fatto dalli tre primi A in B in C. E perche A, B, C, sono continuamente proportionali, il piano fatto da gl'estremi, A in C, è vguale al quadrato del medio, B quadrato per la 17 del 6, e 20 del 7, li solidi fatti da questi due piani, e dal secondo termine B sono vguali, e così A in B in C, cioè, come sopra s'è dimostrato, A quadrato in D, è vguale al cubo di B secondo termine delli quattro. Dunque essendo noti li due estremi, moltiplicato il quadrato del primo nell' altro estremo, il lato cubico del prodotto è il secondo termine delli quattro continuamenre proportionali. Nella stessa maniera si dimostra, che moltiplicato il quadrato del quarto termine nel primo, la

radice

radice cubica del prodotto è il terzo termine delli quattro.

Di quì si vede, che se il primo termine AH sia 1000, & il suo doppio 2000, il quadrato del primo 1000000 moltiplicato per 2000, darà il solido 2000000000, la cui radice cubica 1259 è il secondo termine delli quattro, & è radice del cubo doppio del cubo di AH. E lo stesso s'intende di qualsiuoglia altro numero: onde basterà à ciascun numero al 3, al 4, al 9, &c. aggiunger noue zeri, perche così la radice cubica sarà di quattro figure, la prima delle quali mostra, quante volte si debba prender la linea AH, e le tre vltime figure mostreranno, quante millesime della stessa AH si debbano di più aggiungere. Che se si fossero per AH prese solo le centesime, con aggiunger' ad essa due zeri, allhora à gl'altri numeri doueua aggiungersi solamente sei zeri, e la radice di tre figure hauria con le due vltime mostrato il numero delle centesime. Ma perche volendo seruirci solo delle centesime si opera con più precisione, conosciuto il numero delle millesime, perciò nell'annessa tauolletta si son poste le millesime, segnando le radici fin' al cubo, che è cinquanta volte maggiore del cubo di AH.

Tauo-

Tauola de' numeri con le ſue Radici Cubiche eſpreſſe in particelle Milleſime dell' Vnità.

Cubi	Radici	Cubi	Radici	Cubi	Radici	Cubi	Radici
1	1000	16	2520 -	31	3142 -	46	3583†
2	1259†	17	2572 -	32	3175 -	47	3609 -
3	1442†	18	2620†	33	3208†	48	3634†
4	1587†	19	2664 -	34	3240 -	49	3660 -
5	1710 -	20	2715 -	35	3271†	50	3684†
6	1817†	21	2759 -	36	3301†		
7	1913	22	2702†	37	3332†		
8	2000	23	2844 -	38	3362 -		
9	2080†	24	2885 -	39	3391†		
10	2154†	25	2924†	40	3420 -		
11	2224 -	26	2962†	41	3448†		
12	2290	27	3000	42	3476†		
13	2352 -	28	3037 -	43	3504 -		
14	2410†	29	3072†	44	3530†		
15	2466†	30	3108 -	45	3557 -		

Il modo di ſeruirſi di queſta Tauola per portare sù le linee AL, AM le diuiſioni, eſſendo lo ſteſſo con quello, che s'è detto di ſopra nelle Radici de' Quadrati, non hà biſogno di più lunga eſpoſitione. E finita la diuiſione di tutta la linea, ſi potranno notare tutte le decine, e con vna lineeta ſegnare la metà delle decine, acciò con maggior facilità ſi poſſano prender i punti corriſpondenti à que' numeri che più piaceranno.

In queſta linea Cubica non potiamo hauere nel diuiderla que' vantaggi compendioſi, che s'hebbero nella linea Geometrica, raddoppiando, ò triplicando i lati ſegnati; perche il lato doppio dà il cubo ottuplo, e così A 2 raddoppiata cade nel punto 16, A 3 duplicata nel punto 24, A 4 nel punto 32, A 5 nel 40, A 6 nel 48; & oltre di queſte niun' altra ſi può raddoppiare; onde queſti ſoli punti ſi puonno eſſaminare.

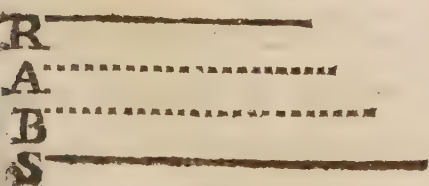
Segnati

Segnati di questa maniera nelli lati dello Stromento i lati de'cubi, che vanno crescendo conforme alla serie naturale de'numeri, è manifesto per la dimostratione fondamentale portata nel capo 1, che anche gl'interualli dello Stromento allargato danno i lati de'Cubi, che sono nella stessa proportione indicata dalli numeri notati nello Stromento: poiche essendo quattro linee proportionali (cioè li due lati nello Stromento, e li due interualli loro corrispondenti) i solidi simili sopra di esse sono proportionali per la 37. del lib. 11.

QVESTIONE PRIMA.

Tra due linee date, come si trouino due medie continuamente Proportionali: ouero tra due numeri dati.

SE la proportione delle due linee date non è conosciuta in numeri, si cerchi per la quest. 5. del capo 2, la quale trouata, s'applichi nella linea cubica dello Stromento la prima delle date linee all'interuallo del numero, che le corrisponde, perche l'interuallo dell'altro numero nella stessa linea cubica, darà la seconda delle quattro proportionali. Di poi l'altra delle due date linee, allargando, ò stringendo lo Stromento, s'applichi all'interuallo del numero, che le corrisponde, perche l'interuallo del numero corrispondente all'altra, darà la terza delle Quattro Proportionali.

R
A
B
S

Siano date due linee R, S, le quali si troua, che hanno la proportione di 29 à 42; applico la linea R all'interuallo 29, 29 della linea cubica dello Stromento, e ritenuta la stessa apertura,

tura, prendo l'interuallo 42.42, e mi dà la linea A prima delle due medie. Di poi applico la linea S all'interuallo 42, 42 della linea cubica, e l'interuallo 29.29, mi dà la linea B seconda delle due medie. Onde le quattro R, A, B, S, sono continuamete Proportionali: il che così si dimostra. Il cubo di R al cubo di A è come 29 à 42, per la costruttione dello stromento, e per la proportione, che gl'interualli presi hanno con i lati dello stromento; dunque la linea R alla linea A hà la proportione subtriplicata di 29 à 42, cioè della linea R alla linea S: dunque tra R, & S poste due medie in continuata proportione la linea A è la seconda proportionale. Similmente il cubo di S al cubo di B è nella proportione di 42 à 29, per la costruttione dello Stromento, & applicatione fatta: dunque la linea S alla linea B, hà la proportione subtriplicata di 42 à 29, e per conuersione B à S, hà la subtriplicata di 29 à 42, cioè di R à S: Essendo dunque la proportione di R ad A, e quella di B ad S, subtriplicate della proportione di R ad S, resta che anche quella di A à B, sia subtriplicata della stessa; e perciò come R ad A, così A à B, così B à S.

L'istesso si farà dati due numeri, tra'quali si volessero due medij proportionali; come per essempio tra 8, e 27. A qualsiuoglia apertura dello Stromento nella linea cubica, prendo con due Compassi gl'interualli 8, 8, e 27, 27. Dipoi traportando il primo interuallo su la linea Aritmetica all'interuallo 8,8, applico l'altro Compasso, e veggo che cade nell'interuallo 12, 12; onde dico, che il num. 12 è il secondo proportionale. Quindi ritenendo l'interuallo preso con questo secondo Compasso, l'applico nella stessa linea Aritmetica al punto 27, 27, stringendo lo Stromento, come fà di bisogno, e considerando che l'interuallo preso col primo Compasso,

cade

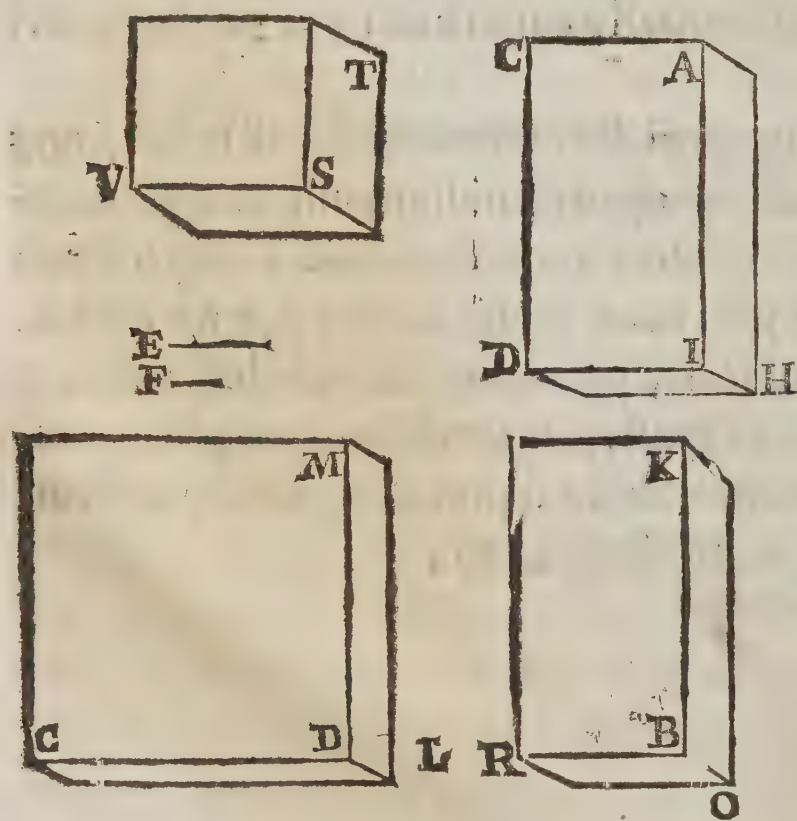
cade nel punto 18,18, dico che il terzo proportionale è 18; onde sono continuatamente Proportionali 8.12.18.27. e tra li due estremi proposti, si sono trouati due medij proportionali.

E quì s'auuerta ciò che in altre occasioni s'è detto, che se non fosse commodo applicare alla linea Aritmetica il Compasso con la sua apertura presa nella linea cubica, quella stessa apertura s'applichi ad alcun numero moltiplice, ò submoltiplice, poiche l'altro Compasso darà vn numero similmente moltiplice, ò submoltiplice del numero, che si cerca. Così se l'interuallo primo non si può applicare all'interuallo della linea Aritmetica 8. 8, s'applichi al numero triplo 24.24, perche così il secondo interuallo caderà nel 36. 36 triplo del 12, che si cerca: e se il secondo interuallo s'applicherà al numero duplo 54.54, il primo interuallo caderà nel 36. 36 duplo del 18, che si cerca.

Quando però li due numeri dati non sono simili solidi, non si trouerannno li due medij proportionali precisi, ma vi saranno aggiunte frattioni, che solo s'auuicineranno al vero senza dar precisione, come si può raccogliere dalla 19, e 21 del lib. 8, e per trouar tali frattioni, potremo valerci dell'artificio mostrato nel Capo 2 alla Quest. 7, quando le linee, ò aperture del Compasso, che per lo stesso si prendono, non cadono precisamente ne' punti dello stromento.

QVESTIONE SECONDA.

Come si possa ad vna linea data applicar' vn solido rettangolo vguale ad vn Cubo dato.

HAuendo il corpo tre dimensioni in Lunghezza, Larghezza, e Grossezza, che altri chiamano Altezza, ò Profondità, si dice, che vn solido sia applicato ad vna linea data, quando si suppone, che detta linea sia vna delle sue tre dimensioni, e si determina, quali, e quanto grandi siano l'altre due dimensioni dello stesso corpo. E per maggior facilità di questo essempio, massime che è conforme all'vso più commune, suppongo esser' il solido, che deue applicarsi alla data linea, rettangolo; poiche poi sopra la stessa base qualsiuoglia parallelepipedo, che habbia la stessa altezza perpendicolare, gli sarà vguale, per la 30 del lib. 11, e per conseguenza sarà vguale al dato cubo.

Sia dunque dato il cubo V T il cui lato V S, e sia data la linea C D, la quale debba essere vna delle dimensioni del solido

lido rettangolo vguale al cubo dato. In due maniere ciò ſi può fare. Primieramente con trouare alle linee CD, VS vna terza proportionale E, perche il ſolido fatto da queſte tre, cioè il ſolido CIH è vguale al dato cubo fatto dalla media VS, per la 36 del lib. 11. Secondariamente con trouare la quarta proportionale, mettendo CD la prima, & VS la ſeconda; poiche il quadrato della prima con la quarta fanno vn ſolido vguale al cubo della ſeconda. Dunque con due Compaſſi prendendo le linee CD, & VS, vedo nella linea cubica, ſopra quali interualli cadano, e trouando, che cade la CD nell'interuallo 29. 29, e la VS nell'interuallo 4. 4, applico la CD nella linea Aritmetica al punto doppio del 29, cioè al 58. 58, & all'interuallo 8. 8 doppio del 4 trouo la quarta proportionale F. Dunque della CD fatto il quadrato CM, preſa DL vguale alla F quarta proportionale, ſarà il ſolido CML vguale al cubo dato.

Così ſe foſſe dato vn pezzo di marmo ben ſquadrato, che foſſe per ogni verſo ſette palmi, e da vn' altro gran pezzo di marmo, che per vn verſo è 10 palmi, per l'altro 11, e per il terzo 4 palmi, ſi doueſſe cauar' vn pezzo vguale al primo, ma quadro in vna delle faccie; facilmente ſi cauerà in numeri, quanta debba eſſer la groſſezza. Primieramente ſi pigli il cubo di 7, & è il pezzo cubico dato 343 palmi ſolidi. Dipoi il pezzo rozzo non può ſquadrarſi, che con hauer 10 palmi in quadro, e così il quadrato di 10 è 100; per il quale diuidendo il cubo 343, viene per la groſſezza cercata palmi $3\frac{43}{100}$. Mà ſe non ſapeſſi alcun numero, che miſuraſſe i lati de' ſudetti pezzi di marmo, prendo con vn Compaſſo tal parte aliquota del lato del cubo, che poſſa commodamente capire ne gl'interualli dello Stromento; e ſimile parte aliquota prendo nel

lato

lato mezzano dell'altro pezzo di marmo, per essempio la decima parte. Et applicando queste due misure à gl'interualli della linea cubica, osseruo in quali numeri cadano; perche la proportione, che hauranno questi due numeri, tale dourà hauer' il lato mezzano osseruato alla linea della grossezza, che si cerca. La ragione di questa operatione è, perche essendo le misure prese con i Compassi ciascuna la decima parte del lato, il cubo di tal parte è vna millesima di tutto il cubo di quei lati intieri: dunque li cubi delle parti hanno la proportione de'cubi intieri. Dunque per l'applicatione fatta allo Stromento trouandosi in numeri la proportione de' cubi, due linee, che siano nella stessa proportione di questi numeri sono due estreme di quattro continuatamente proportionali: Dunque anche le decuple di queste sono similmente estreme di quattro proportionali, delle quali la prima è il lato, di cui si deue far' il quadrato, la seconda è il lato del cubo dato, e la quarta sarà questa trouata, la quale col quadrato della prima farà vn solido vguale al cubo della seconda.

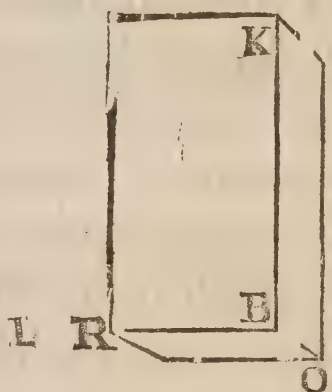
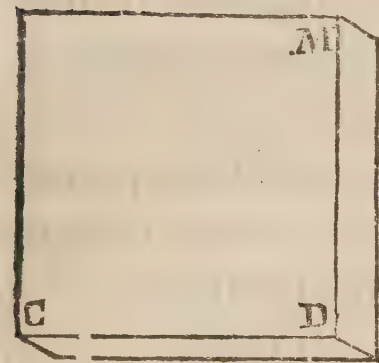
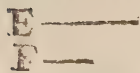
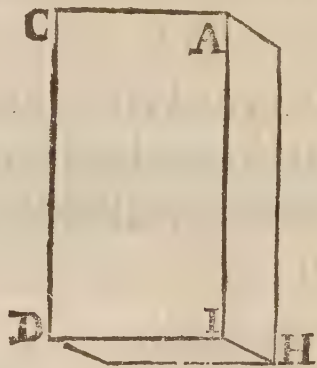
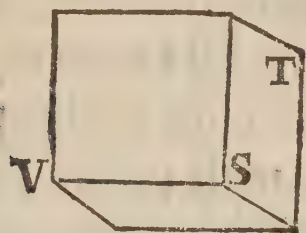
QVESTIONE TERZA.

Dato vn solido, come s'habbia à trouare vn' altro simile nella data proportione.

POssono li solidi essere Regolari, ò Irregolari; Regolari, quando tutte le linee, & i piani del corpo sono vguali tra di loro; Irregolari, quando non v'è questa vguaglianza. Nell'operatione v'è questa sola differenza, che ne' Regolari trouata vna linea, che habbia la douuta proportione con il lato del solido simile, non s'hà à cercar' altra linea; mà ne gl'Irrego-

regolari conuien far queſta operatione circa tutte le linee, che concorrono alla coſtitutione dell'angolo ſolido. Nelle sfere baſta trouar'il diametro, ma per li Coni, e Cilindri ſimili conuien trouare il diametro della baſe, e l'aſſe.

Se dunque il corpo dato è cubo, ò altro de' corpi Regolari, veggaſi con quali numeri ſi eſprima la proportione data, & il lato del corpo dato ſi applichi nella linea cubica all'interuallo del numero, che gli corriſponde, e l'interuallo dell'altro numero darà il lato, che ſi cerca. Così ſe al cubo VST ſi debba farne vno, che ſia $\frac{7}{8}$ di quello, applico il lato V S all'interuallo 8. 8, e l'interuallo 7.7, mi darà il lato del cubo cercato. Mà ſe foſſe dato DAH ſolido di lati diſuguali, e conueniſſe farne vn ſimile, che foſſe parimenti $\frac{7}{8}$, applico DI all'interuallo 8.8, e l'interuallo 7. 7 dà il lato homologo RB. Dipoi all'iſteſſo interuallo 8. 8 applico I A, e la diſtanza 7. 7 dà il lato homologo BK, che col primo trouato faccia l'angolo RBK vguale all'angolo DIA. Finalmente allo ſteſſo interuallo 8. 8 applico IH, e la diſtanza 7. 7 dà il terzo lato homologo B O, il quale con il ſecondo trouato faccia l'angolo KBO vguale all'angolo AIH; e com-

e compiti tutti li parallelogrammi, ſarà fatto il corpo RKO ſimile al dato DAH; e che è à quello, come 7 à 8. Che ſia ſimile è chiaro, per l'vguaglianza de gl'angoli, circa i quali ſono i lati homologi, ciaſcuno preſo nello Stromento à gl'iſteſſi interualli, e perciò nella medeſima proportione; onde li piani RK, DA; e li piani KO, AH, e RO, DH ſono ſimili. E perche, per la 33 del lib. 11, li ſolidi ſimili ſono nella proportione triplicata de'lati homologi, cioè nella proportione de'cubi di detti lati homologi, eſſendo tali cubi, come 7 à 8, per la coſtruttione dello Stromento, anche li ſolidi ſimili RKO, DAH ſono come 7 à 8.

L'iſteſſo modo ſi dourà tenere ne' Coni, e Cilindri ſimili, ſeruendoſi de gl'interualli delli ſteſſi numeri per i diametri delle baſi, e per gl'aſſi.

Così li Pittori, per eſprimere vn corpo, che ſia più piccolo di vn'altro ſimile in data proportione, ſi ſeruiranno di queſta linea cubica; altrimenti ſe per far'vn dito la metà più piccolo, lo faceſſero la metà più corto, ſaria rappreſentato vn dito otto volte minore: perciò applicato il dito maggiore all'interuallo 2.2 di queſta linea cubica, l'interuallo 1.1 darà la lunghezza deſiderata; e così dell'altre parti. Quindi è, che deuono auuertire li Pittori altra coſa eſſere far'vn Quadro la metà più piccolo, altra coſa far le figure in eſſo la metà più piccole: perche l'impicciolire il Quadro è impicciolir'vna ſuperficie, doue che l'impicciolire le figure, è far corpi minori: in quello ſerue la linea Geometrica, & in queſto la Cubica.

Così parimenti ſeruirà queſta linea Cubica alli Scultori, & alli Fonditori nel far le forme per Campane, Artiglierie, ò coſe ſomiglianti, ſe voleſſero far'vna Statua, ò altra figura ſimile

mile ad vna data. Poiche ciaſcheduna parte applicata all'in-
teruallo conueniente, s'haurà la miſura corriſpondente nella
figura ſimile.

Mà commodiſſimo riuſcirà queſto noſtro Compaſſo di
Proportione alli Bombardieri, per notar li diametri delle
palle, e dalla grandezza della bocca dell'Artiglieria raccoglier
la loro portata, e formarne li ſuoi Calibri, ò Colibri, come
altri li chiamano; e con ragione da molti ſi deplora l'ignoran-
za di molti di queſta profeſſione, che hanno Calibri ſpropo-
ſitatiſſimi; mà con queſta linea Cubica fatta nel Compaſſo di
Proportione con qualche accuratezza, e diligenza, potrà cia-
ſcuno eſſaminare nel ſuo Calibre, ſe ſiano ben notati li diame-
tri; e con ſomma facilità, e preſtezza potrà notare li diametri
delle palle di ferro, di piombo, di pietra à ragion di libre ò
communi di 12 oncie, ò, come in molti luoghi s'vſa, di 16.
oncie.

Habbiaſi noto il diametro d'vna palla, il cui peſo ſi sà, per
cagion d'eſſempio, di libre 7, queſto diametro ſi noti sù la
Regola, ò Calibre, e nella linea Cubica s'applichi all'inter-
uallo 7. 7; perche ritenuta quell'apertura dello Stromento,
prendendo tutti gl'interuali da 1 ſin' à 50, e traportandoli sù
la Regola, s'hauranno li diametri delle palle ſin' à 50 libre di
peſo, della ſteſſa materia, di cui era quella, il cui diametro era
noto. E queſto, che s'è fatto con vna palla di ferro, ſaputaſi
la proportione, che hà la pietra col ferro, ſi potrà fare con le
palle di pietra: onde ſe la pietra, conforme all'opinione de'
Bombardieri, è la terza parte del peſo del ferro in parità di
mole, conuerrà pigliar'vna linea, che ſia diametro d'vna ſfe-
ra, la qual ſia tre volte tanto, quanto la palla di ferro nota di
libre 7, e ſarà il diametro della palla di pietra di libre 7, & ap-

Plicato all'interuallo 7. 7, nella linea Cubica, all'isteſſo modo s'hauranno li diametri delle palle di pietra. Ne differente sarà la forma per le palle di piombo, perche ſupponendoſi il peſo del piombo ſeſquialtero à quello del ferro, ſi prenderà il diametro della palla di piombo, di peſo vguale con quella di ferro, che ſia diametro d'vna sfera, la qual ſia $\frac{2}{3}$ della palla di ferro. E finalmente per notare le palle à ragion d'oncie 16 per libra, auuerti che 4 libre da oncie 12 fanno 3 libre da oncie 16 l'vna: perciò prendi il diametro trouato di libre 4 piccole, e notatolo ſopra vn lato della Regola, ò Calibre ſia il diametro di libre 3 groſſe, e queſto diametro applicato nello Stromento all'interuallo 3. 3, s'hauranno da gl'altri interualli tutti li diametri delle palle à ragion di peſo d'oncie 16 per libra. Dal che ciaſcun vede, che queſti diametri ſon tali, che ciaſcuno aggiunge vn terzo di peſo alle palle, che hanno la steſſa denominatione nella ſerie de'diametri à ragione d'oncie 12 per libra. E così il diametro di 45 libre groſſe è il diametro di libre 60 piccole, perche come 16 à 12, così 60 à 45.

E così ſi faccia rifleſſione, quanto più giuſti ſaranno communemente li diametri delle palle notate, e preſe dal Compaſſo di Proportione ſegnato nella linea Cubica, come habbiamo detto in queſto Capo, che con la forma preſcritta da Luigi Colliado nella ſua Prattica Manuale di Artiglieria trattato 4 cap. 32, doue ciaſcuno potrà eſſaminare, quanto s'allontani dalla preciſione. E ſia per eſſempio ciò ch'egli dice per hauer'il diametro d'vna palla di due libre; prendaſi, dice egli, il diametro d'vna palla d'vna libra, e diuiſo in quattro parti, vna ſe ne aggiunga, sì che il diametro di vna libra è come 4, e quello di due è come 5; li cubi ſono 64, e 125, e pure queſto, per eſſer doppio, douria eſſere 128, onde manca

dalla

dalla preciſione $\frac{3}{64}$. Mà nel noſtro Stromento il diametro di vna palla d'vna libra è 1000, quello di due è 1259, il cubo di queſto è 1995616979, il quale douria eſſere 2000000000, e perciò manco della preciſione $\frac{4383021}{1000000000}$, doue che li $\frac{3}{64}$ ridotti alla ſteſta denominatione, ſono $\frac{46875000}{1000000000}$, che è vna differenza dieci volte maggiore di quella, che viene dal modo da noi tenuto. Cosìper il diametro della palla di 3 lib. diuide in ſette parti quello di due, & vna di queſte aggiunge, onde il diametro di due al diametro di tre libre è come 7 à 8; il diametro di due era $\frac{5}{4}$ del primo diametro, dunque il diametro di tre libre è $\frac{10}{7}$ del primo diametro, com'è manifeſto, ſe le due proportioni 4 à 5, e 7 à 8 ſi continuano in tre termine 28.35.40. Dunque il diametro d'vna lib. al diametro di tre libre è come 7 à 10: il cubo di quello è 343, il cubo di queſto è 1000, e pur'il triplo del primo è 1029; sì che è minor del douere di $\frac{29}{343}$, le quali ridotte ſono $\frac{84548104}{1000000000}$. Mà nel noſtro Stromento il diametro della palla di tre libre è 1442, il cui cubo 2998442888 mãca dal triplo cubo del primo 3000000000 ſolamente di $\frac{1557112}{1000000000}$. Dal che manifeſtamente appariſce, quanto più accuratamente con qneſta maniera poſſano farſi Calibri giuſtiſſimi, e con facilità grandiſſima, & eſſaminare i già fatti.

Mà ſe il Bombardiere haurà ſeco queſto Stromento di Proportione, haurà ſeco vn Calibre vniuerſale per tutti i paeſi, ſecondo la diuerſità de' peſi; poiche conoſciuto il diametro d'vna palla di determinato peſo di quel paeſe, ritenuta quell'apertura dello Stromento, à cui tal diametro è applicato al numero corriſpondente alle libre del peſo, ſubito ſi conoſcerà il diametro di qual ſi voglia altra palla di tal materia di qual ſi voglia peſo.

Quindi volendo diametri di palle minori d'vna libra, metta il diametro d'vna libra al numero 12. 12, e potrà hauer il diametro d'vna, due, e più oncie, & anche minori dell' oncia, se trouato il diametro d'vn' oncia si applichi ad vn numero capace della diuisione cercata; così mettendosi al 50. 50, si potrà hauer il diametro d'vna palla, che sia $\frac{1}{50}$ d'oncia.

Che se per auuentura la proportione, che deuono hauer' i solidi simili fosse espressa in numero maggiore del 50, che si troua nella linea Cubica dello Stromento, come se la proportione fosse di 40 à 72, si riduca à minor termini, come di 10 à 18, ouero di 5 à 9, e con questi numeri si operi, come se in essi fosse data la proportione, poiche in realtà è la stessa proportione diuersamente espressa. Mà se li numeri della Proportione non hauessero alcuna commune misura, come 49 à 60, s'applichi il lato del solido dato all'interuallo 49. 49; dipoi ritenuta quell' apertura dello Stromento, diuiso il 60 per alcun numero, che lo misuri, sia per cagion d'essempio, il 12, che lo misura per 5, prendo l'interuallo 12. 12, e conseruo questa lunghezza, la quale applico all'interuallo di qualche numero, che habbia tra'numeri della linea vn numero quintuplo à cagione, che il 12 misuraua per 5 il 60; e per essempio l'applico al 7. 7; Quindi al quintuplo di 7, cioè all'interuallo 35. 35 haurò il lato del solido, che sarà come 60 in riguardo del dato, che è 49. E che ciò sia, è chiaro dall'operatione, perche nella prima operatione si trouò il lato d'vn solido, che al 49 era come 12; nella seconda operatione s'è trouato il lato d'vn solido quintuplo di quello, e perciò prendendosi cinque volte il 12, vien'ad essere 60. Così per hauer' il lato del solido, che sia come 51 ad vn'altro il cui lato s'addatta all'interuallo 28.28, prendo l'interuallo 3. 3: questo

ap-

applico, aprendo lo Stromento, al punto 2. 2; & al 34. 34 trouo la grandezza del lato di 51: perche 34 contiene il 2 diecisette volte; all'interuallo 2. 2 fù applicato il lato del solido 3; dunque il 3 preso 17 volte dà 51. Di quì apparisce, che se il numero maggiore si misura dall' 8, preso l'altro numero, che lo misura, e raddoppiato l'interuallo, sarà il lato cercato; Come se si volesse il lato di 96, il quale si misura dal 12 per 8; preso l'interuallo 12. 12, e raddoppiato, darà ciò, che si cerca, perche il lato doppio dà il cubo ottuplo, e così il 12 ottuplicato è 96.

Mà quando occorresse, che il numero maggiore di 50 fosse numero primo, non misurato da altro numero, che dall' vnità, e per conseguenza dispari, come se fosse 83, si potrà senza pericolo di errore sensibile prendere la metà del numero all'interuallo 41 $\frac{1}{2}$. 41 $\frac{1}{2}$, e poi applicata questa distanza al punto 25. 25, l'interuallo 50. 50 darà il lato cercato di 83: perche se bene quel lato, che dà il 41 $\frac{1}{2}$ preso à occhio, non è così preciso, è però tanto poca la differenza, che per l'operatione fisica non porta errore notabile.

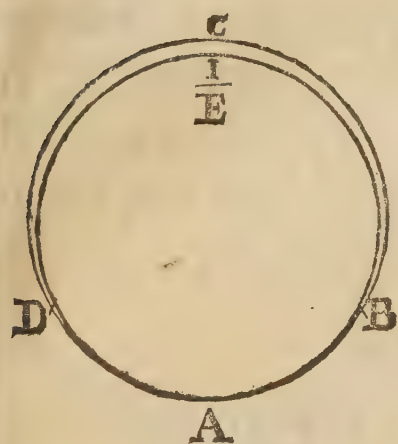
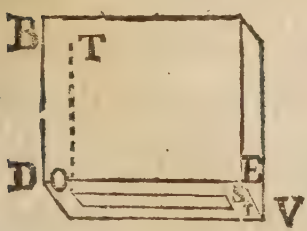
QVESTIONE QVARTA.

Dati due corpi simili, come si conosca la loro proportione.

Con due Compassi si prendano i due lati homologi, & applicati nella linea Cubica à gl'interualli, ne'quali caderanno con precisione la maggiore che si potrà, i numeri, che corrispondono esprimeranno la proportione. E se i lati de' corpi dati fossero troppo grandi per applicargli allo stromento, si operi con vna lor parte aliquota simile, perche il solido

lido ſimile ſopra la parte del lato d'vno, hà al ſolido ſimile ſopra parte ſimile del lato dell'altro la proportione, che hanno tra di loro gl'intieri ſolidi ſimili ſopra i lati intieri.

Prendiamo l'eſſempio dalli Bombardieri, i quali danno il vento alle palle dell'artiglieria, cioè prendono le palle vn poco minori di quello, che richiede la bocca del pezzo, à fine che mancando per auuentura, come ſpeſſo accade, la douuta rotondità alla palla, non reſti impedita dal poterſi ſpinger à baſſo, quanto conuiene, ò nello ſparare non incontraſſe con qualche piccola prominenza à ſerrar così giuſto, che pericolaſſe il pezzo. Due ſono le prattiche, che adoprano. Primieramente prendono il diametro della bocca del pezzo, e diuiſolo in 21 parti, ne danno 20 per il diametro della palla. Ora per ſapere, che proportione habbia la palla, che realmente s'adopra, à quella, che giuſtamente porta il pezzo, s'ella foſſe iſquiſitamente polita, e liſcia; prendaſi il diametro dell'anima del pezzo, e nella linea cubica dello ſtromento s'applichi all'interuallo di quel numero, che è il peſo della palla, che lo denomina, e ſia vn cannone da 40, onde dourà applicarſi all'interuallo 40. 40; e poi ſi vegga à che interuallo ſi poſſa applicare il diametro della palla, ch'è $\frac{20}{21}$ del diametro del pezzo, e ſi trouerà, che cade tra li numeri 34, e 35; onde ſi raccoglie, che tal palla non arriua à 35 libre di peſo, mà è circa $34\frac{1}{2}$. E cio ſi conferma, ſe delli due diametri 21, e 20 ſi prendano i cubi 9261, & 8000: & eſſendo il primo libre 40, ſi faccia come 9261 à 8000, così libre 40 à libre $34\frac{5}{9}$, & in queſta maniera, ſe la portata del pezzo foſſe di libre 50, dato il vento alla palla, con leuare al ſuo diametro $\frac{1}{21}$, ſaria la palla ſolo di libre $43\frac{1}{5}$ poco meno.

La

La seconda maniera è tale; il circolo CDAB sia la bocca del pezzo, e dal punto A s'applichi il semidiametro in AB, & AD: e preso l'interuallo DB, dal punto A si tagli il diametro AC nel punto E; & del restante EC si lasci vn terzo IC; & IA sarà il diametro della palla, à cui s'è dato il vento. Per saper dunque quanto meno pesi della giusta portata del pezzo, s'applichi nella linea cubica il diametro AC al numero del peso, che denomina il pezzo, per essempio da 40, all'interuallo 40. 40; e poi il numero dell'interuallo, in cui cade il diametro AI manifestarà il peso vero della palla 35. E questo si confermarà, se preso il diametro AC, come 200, trouerò tanto nella linea Aritmetica dello stromento, quanto nelle Tauole Trigonometriche, che BD corda di gr. 120, cioè AE è 173, e per conseguenza EC 27, la cui terza parte 9 è CI; e perciò IE 18 aggiunta alla EA 173 da tutto il diametro della palla AI 191, & AC è 200; i quali numeri nella tauoletta posta in questo Capo sono radici delli cubi 7, & 8: e così se 8 dà libre 40, 7 ne darà 35. Come pure con questo metodo, se l'anima del pezzo fosse capace di palla di libre 50, datogli il vento, si trouerà, che sarà solo di libre $43\frac{1}{4}$.

Dalle cose dette si caua, come si possa anche venir'in cognitione della solidità de' corpi vuoti, quando la vacuità di dentro è capace d'vn corpo solido simile à quello di tutto il vaso se fosse pieno. Come nella figura 20, se sia dato il vaso BEV, la cui vacuità si riempireb-

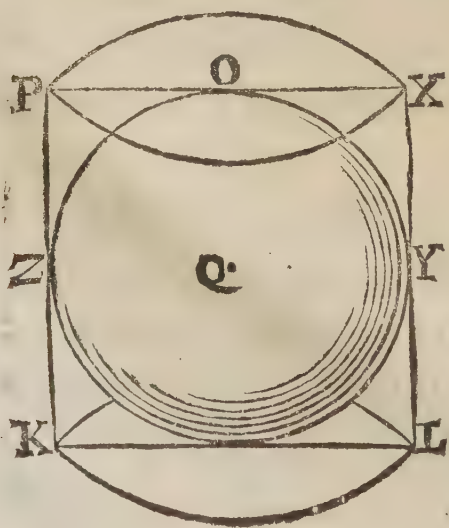
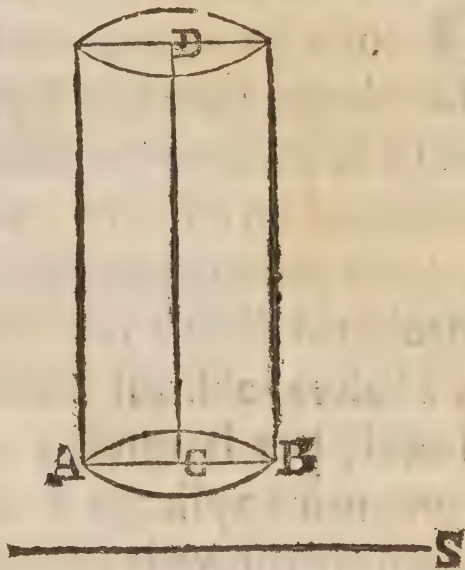
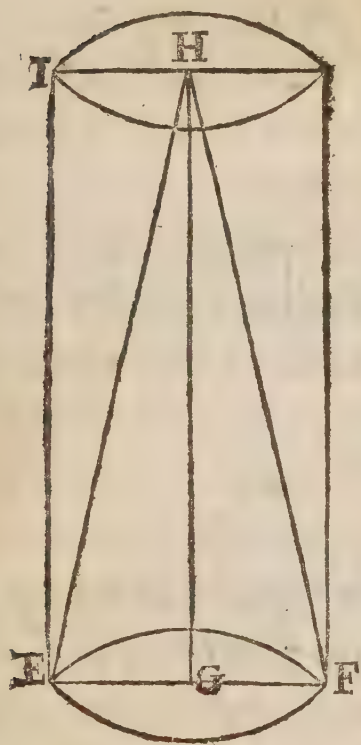
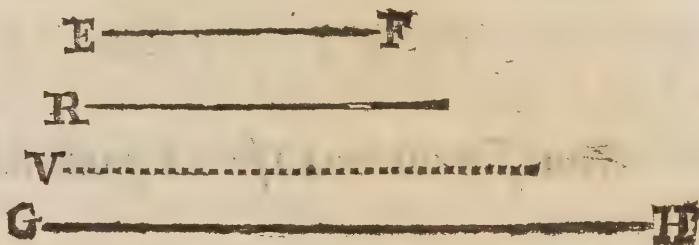
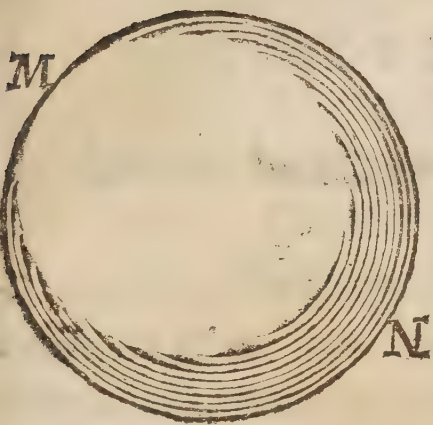
be con

be con vn corpo ſimile, e ſia la ſua bocca OI, in maniera che, come DE ad EV, così OS ad SI, e come ED à DB, così SO ad OT profondità della capacità del vaſo. Applico il lato DE all'interuallo 18.18, e preſo col Compaſſo il lato OS, trouo, che cade nell'interuallo 9.9, onde argomento, che la ſolidità del vaſo è tanta, quanta è la capacità ſua.

QVESTIONE QVINTA.

Come ſi poſſa far'vn Cono vguale ad vn Cilindro dato, e che habbiano li diametri delle baſi, e gl'Aſsi proportionali.

OGni Cono paragonato con vn Cilindro, che habbia la baſe, e l'aſſe, vguale alla baſe, & all'aſſe del Cono, è la terza parte del Cilindro, per la 10 del lib. 12, e perciò dato il Cilindro, baſterà trouar'il diametro della baſe, e l'aſſe d'vn ſimile Cilindro, che foſſe tre volte maggiore, perche il Cono, che haurà queſto diametro della baſe, e queſto aſſe, eſſendo la terza parte di queſto Cilindro triplo del primo, ſarà vguale al primo Cilindro. Ora perche li Cilindri ſimili ſono nella triplicata proportione delli diametri delle baſi, per la 12 del lib. 12, cioè come i cubi di detti diametri; perciò applicato il diametro del Cilindro dato AB à qual ſi voglia numero della linea cubica, come per eſſempio all'interuallo 6. 6, prendaſi il numero triplo (poiche il Cilindro da farſi deue eſſer triplo) e l'interuallo 18.18, darà la linea

EF

EF diametro della baſe il cui centro è G. Dipoi all'iſteſſo interuallo 6. 6, applicato l'aſſe CD del Cilindro dato, l'interuallo 18. 18, darà l'aſſe GH; e perciò il Cilindro EIF è ſimile al Cilindro ADB, eſſendo come AB ad EF diametri, coſì CD à GH aſſi; & eſſendo il cubo di EF triplo del cubo di AB, per la coſtruttione dello ſtromento, anche il Cilindro EIF è triplo del Cilindro dato ADB: Dunque eſſendo il Cilindro EIF triplo anche del Cono EHF ſopra la ſteſſa baſe GEF, con la ſteſſa altezza GH ſarà il Cono EHF vguale al Cilindro dato ADB, & hauranno li diametri delle baſi, e gl'aſſi proportionali, come s'era propoſto.

QVESTIONE SESTA.

Come si troui vna Sfera vguale ad vn Cilindro dato.

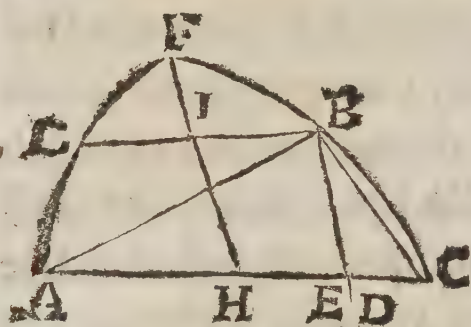
SE fosse data vna gran Colonna, e si volesse sapere, quanto, ò quale douria esser' il diametro d'vna sfera vguale alla colonna (la quale suppongo esser' vn cilindro retto, cioè, che l'asse cade perpendicolare nella base; se nò, facilmente si ridurrà ad vn cilindro retto, che habbia l'istessa base, e l'istessa altezza perpendicolare, che sia asse, come si raccoglie dal Corollario della 11 del lib. 12) prendasi il diametro della base, e l'altezza di tal cilindro; si troui la lor proportione in numeri, per la quest. 5. del cap. 2. e nella linea cubica dello stromento applicato il diametro all' interuallo del numero, che gli corrisponde, si prenda l'interuallo, che dà l'altro numero corrispondente all'asse. Questa distanza trouata s'applichi nello stromento all' interuallo 2. 2, poiche l'interuallo 3. 3 darà il diametro cercato della sfera vguale al cilindro. E se gl'interualli 2. 2, e 3. 3 fossero troppo piccolli, si prendano li loro equemoltiplici in qualunque proportione. Sia nell'istessa fig. 21 dato il cilindro EIF, à cui si voglia far'vna sfera vguale; si troua, che il diametro della base EF all' asse GH è come 91 à 200, cioè come 5 à 11, nella linea cubica applico EF all'interuallo 5. 5, e l'interuallo 11. 11 mi dà la linea R. Applico la linea R all'interuallo 2. 2, e l'interuallo 3. 3 mi dà la linea S diametro della sfera MN vguale al dato cilindro EIF.

Per dimostrare, che ciò sia, prendasi la linea R diametro, & asse del cilindro quadroto KPXL, & in questo cilindro s'intenda

tenda la sfera, il cui centro Q, e così il diametro della base del cilindro KL, come l'altezza KP sia vguale al diametro della sfera. Ora perche li cubi di EF, e di R sono come 5, e 11, per la costruttione dello stromento, la proportione di 5 à 11, cioè di EF à GH, è triplicata della proportione de'lati, cioè di EF à R; dunque R è la seconda di quattro continuatamente proportionali, delle qualli EF è la prima, e GH la quarta; e sia V la terza. Dunque perche le basi de' cilindri EIF, KPL sono nella proportione duplicata de' diameri EF, KL, cioè R, le basi di detti cilindri sono come EF prima alla V terza. Mà come EF à V, così R à GH; dunque come la base, il cui diametro EF, alla base, il cui diametro KL, così l'altezza PK per la costruttione vguale alla linea R, all'altezza GH. Dunque, per la 15 del lib. 12, reciprocandosi le basi, e l'altezze, i due cilindri EIF, KPL sono vguali. Dunque la sfera QZOY, il cui diametro è la linea R vguale all'altezza del cilindro, & il cui circolo massime è vgualle alla base di detto cilindro, è subsesquialtera al cilindro, cioè come 2 à 3, per il Manifesto 9 del lib. 1. de Sphæra; & Cylindro d'Archimede. Dunque essendosi presa la linea R lato del cubo 2, e la linea S lato del cubo 3, la sfera MN, il cui diametro è la linea S è sesquialtera della sfera QZOY, il cui diametro è la linea R. Dunque così la sfera MN, come il cilindro KPL essendo sesquialteri della stessa sfera QZOY, sono vguali; dunque anche la sfera MN è vguale al dato cilindro EIF.

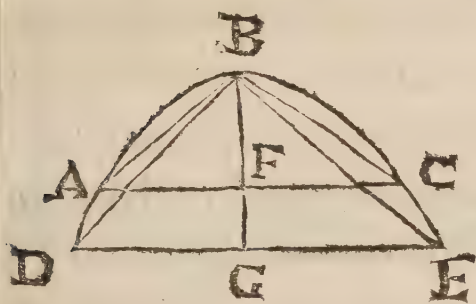
QVESTIONE SETTIMA.

Data vna Parabola, trouare la proportione di due segmenti terminati ad vn medesimo punto.

SIa data la Parabola ABC, & in essa due segmenti AFB, e BC terminati nello stesso punto B. Si cerca la proportione di questi due segmenti. Tirisi il Diametro BD: il che si farà, se congionte le estremità de' segmenti con la retta AC, à questa dal punto B si tirarà parallela la BG; e così l'vna come l'altra parallela diuise per mezzo in H & I; la retta HI prodotta sin in F sarà il diametro, à cui sono Applicate HE, IB. Dunque sia BD parallela alla FH, e sarà diametro, essendo che nella Parabola tutti i diametri son paralleli all'Asse. Sì che il diametro BD taglia la AC in E.

Ora perche li segmenti AFB, e BC hanno tra di loro la triplicata proportione della linea AE all'EC, come dimostra Gregorio di S. Vicenzo lib.5. Quadr. circ. prop.260; mettasi la linea AE in qualsiuoglia interuallo della linea Cubica; e quell'interuallo, doue capirà la linea EC col numero opposto dimostrarà la proportione delli due segmenti: poiche essendo triplicata della proportione di AE ad EC, sarà la medesima delli Cubi di dette linee AE, EC.

QVESTIONE OTTAVA.

Data vna Parabola terminata, tagliata da vna linea parallela, trouar la proportione delle parti, nelle qualli è diuisa.

SIa data la Parabola DBE terminata dalla linea DE; & à questa sia parallela la linea AC. Si cerca la proportione del segmento ABC al restante DACE. Diuise le due parallele in mezzo in F, e G, sia tirata la BG diametro della Parabola. Ora perche le line BF, BG sono nella duplicata proportione di AF à DG (essendo tra di loro come li quadrati delle ordinatamente Applicate, alli quali son vguali i Rettãgoli da esse saette & il lato Retto) cioè di tutte le intiere AC, DE; la proportione del Triangolo ABC, al Triangolo DBE è composta della proportione delle basi AC, DE, e dell' altezze BF, e BG, cioè è triplicata di AC à DE.

Mà perche la Parabola ABC alla Parabola DBE è nella proportione del suo Triangolo massimo ABC al Triangolo massimo DBE; dunque la Parabola ABC alla Parabola DBE è nella triplicata proportione della linea AC alla linea DE. Mettasi dunque nella linea Cubica dello stromento à qualsiuoglia interuallo la linea DE, e trouisi doue capisca l'interuallo AC, che sarà manifesta la proportione delle due Parabole: e presa la differenza trà di loro, sarà manifesta la proportione del segmento ABC al restante DACE.

QVE-

QVESTIONE NONA.

Come d'vn numero dato si troui la Radice Cubica.

APerto lo Stromento; gl'interualli de'numeri nelle linee cubiche danno i lati de'cubi, i qualli hanno tra di loro la proportione espressa dalli numeri adiacenti. Dunque se detti lati s'applicheranno ad interualli delle linee Aritmetiche, si conoscerà la proportione di detti lati; la qual'è la subtriplicata della ptoportione de'Cubi. Dunque conosciuta la proportione di due cubi, & il lato d'vno di essi, si conoscerà anche l'altro. Quindi è, che applicato vn cubo ad vn numero delle linee cubiche, e preso il lato d'vn'altro cubo conosciuto nella sua radice, & applicata questa all'interuallo corrispondente nelle linee Aritmetiche, l'altro lato del cubo dato si conoscerà, essendo applicato all'interuallo proportionato delle linee stesse Aritmetiche. Perciò dato vn numero preso come cubo; & applicato alle linee cubiche (nel modo proportionatamente, che si disse dell'estrattione della radice quadrata con le linee Geometriche) quel che resta tagliate via le tre vltime figure, e preso l'interuallo d'vno de'numeri cubi segnati nelle linee, cioè 8, ouero 27, radice de' quali sono 2, e 3, e questo poi nelle linee Aritmetiche applicato al 20. 20, ouero al 30. 30, l'altro interuallo applicato alla stessa linea, darà la radice cubica cercata. E la ragione, perche si buttino via le tre vltime figure, è perche li cubi di 20, e di 30 sono 8000, e 27000, e così gettate via le tre vltime figure, resta la proportione de'cubi espressa in numeri minori, che sono segnati nelle linee dello Stromento: & applicati poi gl'in-

gl'interualli alli 20, ouero 30, & à numeri corrispondenti, vengono le radici cercate.

Cerchisi la radice cubica del numero 14119; gettate via le tre figure 119, il resto 14 applico all'interuallo 14. 14 delle linee cubiche: poi con vn'altro Compasso prendo l'interuallo 8. 8 nella stessa apertura dello Stromento. Poi nelle linee Aritmetiche applico questo secondo interuallo preso alli punti 20. 20, che è la radice di 8000, e vedendo, che il primo interuallo preso applicato à queste stesse linee Aritmetiche cade al 24.24, e vn poco più; dico, che la radice cubica del dato numero 14119 è 24 con vna frattione aderente. Che se le tre vltime figure tagliate passano li 500, si può accrescer d'vn'vnità il numero, che resta, poiche più s'accosta al mille. Così cercandosi la radice di 19864, si può in vece del 19 prendere il 20, & operando come prima, si troua esser la sua radice 27, e poco più.

Mà se il numero restante fosse maggiore del massimo notato nelle linee cubiche, prendasi vna parte aliquota tale, che nelle linee cubiche siano due numeri così moltiplici l'vno dell'altro, come il tutto è moltiplice della detta parte aliquota: come se si prende la sesta parte, vi sia vn numero sestuplo d'vn'altro. Et in tali occasioni è bene nel principio prendere piccola apertura dello Stromento, per poter poi applicar quell'interuallo preso à numeri minori, come mostrerà l'isperienza. Cerchisi la radice cubica di 336212: tagliate le tre vltime figure, resta 336, il qual'è troppo grande; piglio dunque la settima parte di 336, cioè 48, & aperto lo Stromento, prendo nelle linee cubiche l'interuallo 48. 48, e con vn'altro Compasso l'interuallo 8, 8. Mà perche il lato preso di 48 è solo il lato d'vn cubo subsettuplo del cubo dato, per-

ciò

ciò cerco nella linea cubica due numeri, vno de' quali sia settuplo dell'altro, e sono 5, e 35, perciò quell' interuallo preso 48. 48, allargando lo Stromento, lo metto alli punti 5. 5, & allhora prendo l'interuallo 35. 35, che è quello, che si cercaua. Quindi l'interuallo, che fù preso tra 8. 8, applico nelle linee Aritmetiche al 20. 20; & in quell'apertura di Stromento trouando, che l'vltimo interuallo s'applica nelle dette linee Aritmetiche alli punti *69. 69*, & vn poco più, dico, che la radice del numero 336212 è *69* con vna frattione.

Quando poi l'interuallo vltimo riuscisse così grande, che fosse maggiore dell'interuallo 100. 100 della linea Aritmetica, si descriue vna linea vguale à tal' interuallo delle linee Cubiche vltimamente trouato, e cauatone la distanza 100. 100 delle Aritmetiche, s'applica il resto della linea, e si vede quanto di più vada aggiunto al 100. Cerchisi la radice cubica di 1840325, gettate le tre vltime figure, diuido il resto 1840 in quaranta parti, e trouo, che la sua quarantesima parte è 46. Apro mediocremente lo Stromento, e prendo col primo Compasso l'interuallo 46. 46, e col secondo Compasso l'interuallo 8, 8. Dipoi, perche il cubo 46. 46 và moltiplicato 40 volte, applico quell'interuallo preso col primo Compasso all'interuallo 1. 1, e poi prendo l'interuallo 40, 40. Et operando poi, con hauer' applicato l'interualo preso col secondo Compasso alli punti 20. 20 delle linee Aritmetiche, trouo, che eccede l'altro Compasso la massima distanza 100. 100: perciò da vna linea descritta vguale all'vltimo interuallo preso col Compasso alli punti 40, 40 delle cubiche, cauo l'interuallo 100. 100 dell'Aritmetiche, & applico à quello il resto della linea descritta, e cadendo alli punti 22, dico, che la radice cubica del numero dato 1840325, è 122 con qualche frattione.

Quì

Quì pure nel numero così grande, che due numeri, i quali moltiplicati inſieme lo producono, ſono maggiori delli notati nella linea cubica dello ſtromento, ſe ne piglino 3, ò anche quattro, dalla moltiplicatione de' quali vien prodotto il numero, che reſta, leuate le tre vltime figure, nel modo detto, quando ſi parlò dell'eſtrattione della radice quadrata. Così cercando la radice cubica di 3600000, leuate le tre vltime figure, reſta 3600, che ſi fà dal 60 per 60: poſſo dunque prendere tre numeri 15. 15. 16, e preſo l'interuallo 15. 15, prender poi il lato del cubo quindecuplo di queſto, applicando quell' interuallo al 3. 3, e poi prendendo l'interuallo 45. 45, & hauuto queſto, s'hà à prender' il lato del cubo ſedecuplo, il che ſi farà applicando queſto ſecondo interuallo trouato al 3. 3, e poi prendendo l'interuallo 48. 48, & operando con queſto nel modo detto, nelle linee Aritmetiche ſi troua, che la radice cubica di 3600000, ſarà 153 in circa.

Finalmente per i piccoli numeri s'opera ſenza tagliarne alcuna figura; e s'hanno l'intieri con le decime. Cerco la radice del numero 47; prendo l'interuallo 47.47, & anche 8.8, queſto ſecondo nelle linee Aritmetiche applico al 20. 20, e l'altro cade nel 36. 36, poco più: onde dico, che la radice cubica di 47 è $3\frac{6}{10}$, poco più: perche per radice di 8 doueа prenderſi 2, e non 20; dunque hauutiſi i decimi del cubo preciſo, vengono li decimi del cubo dato non così preciſo. Cerco la radice di 180, prendo il quinto 36, e l'interuallo 36. 36 applico ad vn'altro numero, di cui ſia il quintuplo nelle linee cubiche, per eſſempio al 5. 5, e poi prendo l'interuallo quintuplo 25. 25. Poi applicato l'interuallo 8. 8, preſo da principio al 20.20, delle linee Aritmetiche, trouo, che l'vltimo interuallo cade nelle linee Aritmetiche al 56. 56, e qua-

ſi 57. 57. onde conchiudo, che la radice cubica di 180 è $5\frac{6}{10}$ in circa.

Che ſe il numero dato non foſſe intiero, ma vn rotto, di cui ſi cercaſſe la radice cubica; ſarà facile il trouarla; cioè nelle linee cubiche applicando all'interuallo corriſpondente al numero, che ſi vuol ritenere (ò ſia il Numeratore, ò pure il Denominatore) il compaſſo con quell'apertura, che ſi vuole; e di poi con altro compaſſo prendendo l'interuallo riſpondente all'altro numero della frattione data; poiche nelle linee Aritmetiche applicato il primo compaſſo al numero, che ſi vuol ritenere della data frattione, ouero ad vn ſuo moltiplice, (il che ſarà meglio, per hauer la radice più vicina alla preciſione) l'ltro compaſſo moſtrarà il numero cercato. Sia per cagione d'eſempio dato il roto $\frac{4}{7}$, di cui ſi vuole la radice cubica: prendo nelle cubiche l'interuallo 4. 4. (poiche voglio ritener il Numeratore) e con altro compaſſo l'interuallo 7.7. Quindi applico il primo compaſſo nelle linee Aritmetiche al decuplo di 4, cioè al 40, & il ſecondo compaſſo caderà all'interuallo 48. 48, poco più: onde la radice ſarà proſſimamente $\frac{40}{48}$, cioè proſſimamente $\frac{5}{6}$, il cui cubo $\frac{125}{216}$ è poco maggiore del cubo dato $\frac{4}{7}$. Che ſe nelle linee cubiche prendo col primo compaſſo l'interuallo 7.7, e col ſecondo 4. 4, nelle Aritmetiche applico il primo compaſſo al 70.70, & il ſecondo cade all'interuallo 58.58. onde la radice è proſſimamente $\frac{58}{70}$, cioè $\frac{29}{35}$; il cui cubo $\frac{24389}{42875}$ è poco minore del cubo dato $\frac{4}{7}$. La ragione di queſto modo di operare è manifeſta, perche cercandoſi la radice cubica ad vn numero rotto, ſi cerca vna frattione, il cui Numeratore al ſuo Denominatore habbia la proportione ſubtriplicata del Numeratore al Denominatore della data frattione. Ora per la conſtruttione dello ſtromento ſi hanno

i lati

i lati de'cubi, che ſono nella ſubtriplicata proportione de gli ſteſſi cubi; dunque prendendo come cubi il Numeratore, & il Denominatore, gl'interualli, che alli loro numeri corriſpondono, ſono nella ſubtriplicata proportione; e perciò eſaminata la loro quantità nelle linee Aritmetiche, ſi hauranno due numeri nella ſubtriplicata proportione, come ſi cerca. Perciò à fine di cauare la ſudetta radice Cubica ſenza lo ſtromento, baſtarà moltiplicar il quadrato del Numeratore 4, cioè 16, per il Denominatore 7, e dal prodotto cauata la radice cubica ſarà la prima delle due medie proportionali tra 4, e 7, e perciò Denominatore ſotto il Numeratore 4. Ouero il quadrato del Denominatore 7, cioè 49, ſi moltiplicarà per il Numeratore 4, e dal prodotto la radice cubica ſarà la ſeconda delle due medie tra 4, e 7, e perciò Numeratore, a cui per Denominatore ſi dà il 7.

In queſto luogo, come per aggiunta, mi perſuado non ſia per eſſer diſcaro al mio Lettore, ſe proporrò vna maniera aſſai facile per trouar la radice cubica de' numeri, almeno molto vicina alla preciſione, della quale non ſi curano più che tanto quelli, che cercano tali compendij, diſſi vicina alla preciſione, non perche non ſi poſſa hauere la radice preciſa, quando ella c'è, ma perche in alcuni numeri grandi, come appreſſo ſi vedrà, non ſempre s'affronterà.

Per li numeri, che non ſiano maggiori di ſei figure, e perciò la radice non è che di due figure, ſeruirà con ogni preciſione la ſeguente tauoletta, in cui nel capo di ciaſcun' ordine, dou'è C 2. C 3. &c. ſi moſtra che, quando la prima nota della radice è 2, ouero 3, ò qualunque altro numero, tutto quello, che ſi dourà cauare, è vno de'numeri poſti in quell'ordine venendo à baſſo; e nella prima colonna, doue ſon poſte le 9

radici, corrisponde al numero la figura, che si deue aggiunger' alla radice trouata da principio.

R	C.	C. 1	C. 2	C. 3	C. 4	C 5	C. 6	C. 7	C. 8	C. 9
1	1	331	1261	2791	4921	7651	10981	14911	19441	24571
2	8	728	2648	5768	10088	15608	22328	30248	39368	49688
3	27	1197	4167	8937	15507	23877	34047	46017	59787	75357
4	64	1744	5824	12304	21184	32464	46144	52224	80704	101584
5	125	2375	7625	15875	27125	41375	58625	78875	102125	128375
6	216	3096	9576	19656	33336	50616	71469	95976	124056	155736
7	343	3913	11683	23653	39823	60193	84763	113523	146503	183673
8	512	4832	13953	27872	46592	70112	98432	131552	169472	212192
9	729	5859	16389	32319	53649	80379	112509	150039	192969	241299

Sia dato il numero 438976, da cui deuesi estrarre la radice cubica. Noto li punti sotto il 6, e l'8 al modo consueto: e nel secondo ordine, che è de'cubi, trouo, che il cubo prossimamente minore di 438 è 343 cubo di 7; dunque noto 7 per radice, e leuo 343 dal 438, e resta 95. A queste figure 95, che son restate, aggiungo l'altre tre figure del numero dato, & è 95976.

```
438976 | 76
343
------
 95976
 95976
------
     0
```

Ora perche la radice trouata da principio è 7, cerco nell' ordine C. 7, venendo à basso vn numero vguale, ò prossimamente minore del 95976, e lo trouo precisamente à dirittura della radice 6 nella prima colonna: perciò aggiungo il 6 alla radice 7, e fatta l'estrattione, nulla rimane; onde conchiudo, che il num. dato 438976 è precisamente cubo, e la sua radice è 76.

Nell'

Nell'isteſſa maniera dato 749812, leuo dal 749 il cubo di 9, che è 729, e rimane 20. Il numero, che reſta è 20812. Ora perche la radice è 9, cerco nella colonna C. 9 vn numero proſſimamente minore, e niuno ve n'è; onde aggiungo il o alla radice, che sarà 90, e reſta per numeratore della frattione adiacente il numero 20812; e per denominatore al modo ſolito ſarà il triplo della radice trouata, cioè 270, moltiplicato per la ſteſſa radice, & il prodotto 24300 ſarà il denominatore, ouero moltiplicato per la radice accreſciuta dell'vnità, cioè per 91, & il prodotto 24570 ſarà il denominatore, a cui per lo più torna bene aggiungere l'vnità, onde ſia 24571, quello dà la frattione maggiore, e queſto minore del douere.

```
749812 |    20812
729    | 90 -----
------ |    24570
 20812
```

Mà ſe il numero dato foſſe 57649, leuo dal 57 il cubo di 3, che è 27, e reſta 30; sì che il numero rimanente per la ſeconda operatione è 30649. Cerco dunque nella colonna C. 3 vn numero proſſimamente minore di queſte, che è rimaſto, e trouo 27872, quale cauo dal 30649, e reſta 2777. E perche all'incontro del ſudetto numero 27872 ſi troua la radice 8, aggiungo queſta al 3, & è la radice del numero dato 38 con vna frattione, il cui numeratore è quel 2777, che reſtò, & il denominatore è il triplo della radice 38 moltiplato per 39, per hauer la frattione minore, ouero il triplo quadrato della radice 38, per hauer la frattione maggiore.

```
57649 | 38
27    |
-----
30649
27872
-----
 2777
```

La ragione di queſto modo d'operare è, perche i numeri di ciaſcuna area della tauoletta ſono quelli, che ſi fanno dal

triplo

triplo quadrato del numero poſto in cima (preſo però come numero decadico, cioè non 2, ma 20, e così de gl'altri) moltiplicato nel numero laterale corriſpondente della radice, e di più dal quadrato della radice poſta nella prima colonna nel triplo del primo numero della radice preſo pure come decadico, e di più dal cubo della detta ſeconda figura della radice. Per eſſempio, ſotto il C. 3. ſi troua corriſpondente alla radice laterale 3 il numero 8937. Queſto ſi fà dal quadrato di 3 (cioè dello 30 poſto in cima) preſo tre volte, & è 2700, moltiplicato per la ſeconda radice laterale 3, onde è 8100. Di più il triplo della prima radice, che era 3 (cioè 30) è 90, e queſto ſi moltiplica per il quadrato della ſeconda radice 3, cioè per 9, e ſi fà 810. Finalmente prendo il cubo della ſeconda figura della radice 3, cioè 27, & aggiunti inſieme queſti tre numeri ſolidi 8100, 810, 27, ſi fà la ſomma 8937. E queſto numero ſi dourà ſempre cauare nella ſeconda operatione, quando la prima figura della radice ſarà 3, e la ſeconda ſarà parimenti 3. L'iſteſſo s'intenda fatto in tutti gl'altri numeri areali di queſta tauoletta. Onde fatta la fatica vna volta in far la tauoletta, rieſce poi facile l'operatione nel modo detto.

Che ſe il numero dato ſarà maggiore di ſei figure, ſi diuida per vn numero cubo, di cui ſia conoſciuta la radice, e del quotiente rimaſto minore di ſette figure ſi caui nel modo predetto la radice; poiche ſe queſta radice trouata ſi moltiplicarà per la radice nota del cubo, che fù diuiſore, ſi produrrà la radice cercata del numero dato. La ragione di ciò è manifeſta, perche come l'vnità al diuiſore, così il quotiente al numero diuiſo; dunque eſſendo l'iſteſſa la ior proportione ſubtriplicata, è ancho come la radice cubica dell'vnità alla radice cubi-

ca

ca del diuiſore, così la radice cubica del quotiente alla radice cubica del numero diuiſo; queſta dunque ſi fà con la moltiplicatione delle radici cubiche del quotiente, che è trouata, e del diuiſore, che ſi ſuppone nota. Sia dato il numero 32001-3504000, di cui ſi cerca la radice cubica. Mi è noto, come ſuppongo, che 438976 è numero cubo, la cui radice è 76. Prendo quel numero per diuiſore del numero dato, e mi vien per quotiente 729000; di queſto cerco la radice cubica nel modo ſopradetto, e trouata eſſer 90, moltiplico 90 per 76 radice del diuiſore, e ſi produce 6840 radice cercata del numero dato. Così ſia dato 128024064: queſto diuido per 343 cubo del 7: del quotiente 373248 trouo la radice eſſere 72; e queſta moltiplicata per 7 radice del diuiſore, produce 504 radice cercata del numero dato.

Ma ſe vn numero ſarà così grande, che non ti ſia noto vn cubo, che diuidendolo laſci per quotiente meno di 7 figure, diuidilo per quel cubo, che ti è noto: & il quotiente troppo grande diuidi ſimilmente per vn cubo noto, ſin che habbi vn quotiente piccolo à tuo modo, dal quale poſſi cauar la radice: dipoi queſta radice moltiplicata ſucceſſiuamente con le radici de'cubi preſi per diuiſori, darà finalmente la radice cercata.

Di quì hai vn modo aſſai facile per cauare la radice cubica anche ſenza queſta tauoletta, ſe ſolamente ſaprai i primi noue cubi, diuidendo per eſſi il tuo numero, ſin che reſti vn quotiente minore di 4 figure, di cui ti ſarà nota la radice; e queſta poi moltiplica per tutte le radici de' cubi diuiſori. Sia dato lo ſteſſo numero poco prima poſto 128024064: lo diuido per 729 cubo del 9, & il quotiente 175616 diuido di nuouo per 343 cubo del 7, e viene il quotiente 512, la cui radice è

pre-

preciſamente 8. Dunque moltiplicate inſieme queſte tre radici 9,7,8, ſi produce dell'8 in 9 il 72, e queſto per il 7 dà 504 radice del detto numero.

Dal che potrai anche inferire la facilità del ſeruirſi delli cubi di 10, 100, 1000, &c. tagliando dal dato numero alla deſtra tanti numeri ternarij di figure, che non reſtino più di tre figure, delle quali prendi il cubo maggiore con la ſua radice, e quel che auanza del numero reſtato aggiungi alle figure tagliate, e ſerue per numeratore della frattione, il cui denominatore ſarà il triplo quadrato della radice trouata, aggiunti tanti zeri, quante figure tagliaſti fuora: Dipoi queſta radice trouata moltiplica per il 10, ouero 100, &c. conforme tagliaſti fuora 3, ò 6, ò 9 figure, e ſi produrrà la radice cercata; è ben vero, che ſarà vn poco maggiore del douere, come per il contrario, ſe haueſſi accreſciuto d'vn' vnità quel triplo quadrato della radice, verrebbe vn poco minore del douere. Così ſia dato l'iſteſſo 128024064: taglio ſei figure, che è come diuiderlo per 1000000, cubo del 100, reſta $128\frac{024064}{1000000}$, da cui cauato 125 cubo di 5, reſta 3 con la frattione: Dunque, poiche 75 è il triplo quadrato di 5, la radice ſarà $5\frac{3\frac{024064}{1000000}}{75}$, cioè $5\frac{3024064}{75000000}$, queſta radice moltiplicata per 100 radice del cubo diuiſore, produce 504, con l'aggiunta d'vna frattione, la quale fà il numeratore troppo grande, che ſe in vece del 75 haueſſi preſo 76, ſaria venuto meno di 504, onde ſi caua douerſi prendere 504.

CA-

CAPO V.

Come s'habbia à notare nello Stromento la Proportione de' Metalli; & vso di questa linea Metallica.

HAbbiamo fin'ora nelle linee segnate sù lo Stromento, risguardato precisamente le grandezze, ò siano lunghezza, ò aree, ò corpi, senza tener conto della materia; Ora per cagion d'essempio, onde altri potrà à suo talento descriuerne altre, consideriamo le grandezze in materie determinate in quanto si possono paragonar'insieme, e siano li metalli, aggiungendoui la Calamita, il Marmo, e la Pietra, per hauer dieci materie da paragonar'insieme. In due maniere si può instituire questa comparatione, cioè nella grauità, essendo vguale la lor mole; ouero nella mole, essendo vguale il lor peso. Mà perche hauere nello Stromento vna linea diuisa nella proportione della grauità, è cosa, che non hà molta difficoltà, poiche è vna diuisione di linea semplice, e tutte le sue operationi non solo si puonno facilmente fare con la linea Aritmetica, hauuto risguardo alla Tauoletta, che quì si porrà, nella cui seconda colonna s'esprimono le proportioni delle grauità; ma anche senza la Tauoletta si potranno cauare dallo Stromento nel modo, che quì à basso nella Quest. 1. si dirà; perciò è meglio hauer le proportioni de' lati cubici, ouero delli diametri delle sfere, ch'essendo di diuersa materia, sono però di vgual peso; e questo hauendo qualche difficoltà, conuerrà quì spiegare, acciò si vegga il modo, che si deue tenere; poiche li meno prattici vi ci potriano prendere non piccolo sbaglio.

Suppongo noto dalla Statica, che la ſpecie della grauità de' corpi paragonati inſieme ſi conoſce dal peſo di ciaſcuno nell' iſteſſo mezzo, in cui grauitano, eſſendo di mole vguali: così perche vna palla di ferro peſata nell'aria ſi troua eſſere libre 21, doue che vna di pietra della ſteſſa grandezza peſata pure nell'aria, non è che libre 7, perciò diceſi, che il ferro è tre volte più peſante della pietra. In oltre ſuppongo ciò, che nella Statica ſi dimoſtra, che le grauità ſpecifiche de' corpi, e le loro moli ſono reciprocamente proportionali, cioè, come la grauità ſpecifica del primo, alla grauità ſpecifica del ſecondo, quando le moli ſono vguali, così quando le grauità aſſolute ſon' vguali, la mole del ſecondo alla mole del primo. E per ſtare nell'eſſempio propoſto del ferro, e della pietra, il ferro è in ſpecie tre volte più peſante della pietra; dunque quando ſaranno due maſſe, vna di ferro, e l'altra di pietra vguali di peſo, la maſſa di pietra ſarà reciprocamente tre volte maggiore di quella di ferro. Così perche in mole vguale il peſo dell'oro è come 100, & il peſo del rame è come $47\frac{1}{3}$, così in peſo vguale la mole del rame ſarà come 100, e la mole dell' oro ſarà come $47\frac{1}{3}$; e così di tutte l'altre grauità.

Quindi è, che conoſciuta la proportione, che hanno le grauità ſpecifiche de' corpi propoſti, ſi verrà à trouar la proportione della loro ſolidità, quando ſi ſuppongano di peſi vguali, ſe ſi riuoltarà la proportione delle grauità in modo, che quello, ch'era conſeguente nelle grauità, diuenga antecedente della proportione nelle ſolidità. Onde eſſendo li dieci corpi propoſti nella grauità tali, che l'oro è il più peſante, e la pietra il più leggiero, per il contrario, ſe ſi faranno dieci palle di peſo vguale, quella di pietra è la più grande, e quella d'oro la più piccola.

E pri-

E prima di passar' auanti, mi conuien quì auuisare, che si troua appresso gl'Autori qualche diuersità nel determinare le proportioni delle grauità specifiche; e ciò è potuto accadere senza alcun errore, ò imperfettione nelle lor' isperienze, perche il ferro, ò l'argento, ò l'oro di tutte le miniere non è perfettamente simile, ne tutti i marmi sono giustamente pesanti à vn modo, e da questa diuersità de' corpi osseruati hà potuto nascere la diuersità delle proportioni, che si sono determinate: anzi deue auuertirsi, che si troua diuersità di peso nel metallo coniato, e nel metallo fuso, perche nel fonderlo non si condensa tanto, quanto nel batterlo per coniarlo, e così nella stessa mole si può trouare diuersità di peso tra argento, & argento tolto dalla stessa miniera. Mà purche si prenda la proportione trouata da alcun'essatto, e diligente osseruatore, tanto basta; perche nell'operatione fisica, à cui serue questo Stromento di Proportione, di cui trattiamo, non può riuscir'errore notabile. A me è piacciuta la proportione apportata dal Mersennio ne'suoi Hidraulici, come quella, che mettendo la grauità dell'oro, come 100, e paragonando con essa l'altre grauità, mostra alla prima assai intelligibilmente la loro proportione.

Tauola delle granità ſpecifiche d'alcuni corpi, della ſolidità delle sfere vgualmente peſanti, e loro diametri in particelle milleſime.

Corpi	Grauità ſpecifiche	Solidità delle sfere, ò de'cubi	Proportioni de' diametri, ò lati cub.
Pietra	14	100	4.641 †
Marmo	21	66 $\frac{2}{3}$	4.055 --
Calamita	26	53 $\frac{11}{13}$	3.776 †
Stagno	38 $\frac{1}{4}$	36 $\frac{23}{38}$	3.320 †
Ferro	42	33 $\frac{1}{3}$	3.218 †
Rame	47 $\frac{1}{3}$	29 $\frac{27}{47}$	3.094 --
Argento	54 $\frac{1}{2}$	25 $\frac{37}{54}$	2.950 †
Piombo	60 $\frac{1}{2}$	23 $\frac{17}{321}$	2.850 --
Argento viuo	71 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{41}{71}$	2.695 †
Oro	100	14	2.410 †

Or' ecco in qual maniera s'è fatta queſta Tauoletta, in cui nella prima colonna ſono poſti i corpi per ordine, come vanno creſcendo di grauità, e calando di mole; nella ſeconda ſono le grauità ſpecifiche, cioè i peſi di detti corpi, quando ſono di mole vguali; nella terza la ſolidità delle sfere fatte di ciaſcun corpo, sì che però ſiano di peſo vguali: e quel che delle sfere ſi dice, s'intende de' cubi, e di qualſiuoglia altro corpo ſimile, poiche tutti ſono nella triplicata proportione de'

de' lati homologi, come le sfere ſono nella triplicata proportione de'diametri: nella quarta poi ſono le proportioni de' diametri delle sfere, ò lati de' cubi: Ecco, dico, in qual maniera s'è fatta queſta Tauoletta. Perche la grauità della pietra è 14, e l'altra eſtrema dell'oro è 100, la mole della pietra ſi pone 100, e quella dell'oro 14. Dipoi paragonando la pietra col marmo, quella è in grauità 14, e queſto 21; dunque quella in mole è 21, e queſto 14, ma s'è poſta la mole della pietra 100, dunque dico, ſe 21 dà 14, 100 danno $66\frac{2}{3}$, e queſta ſarà la mole del marmo. Nell'iſteſſa maniera s'anderà paragonando la grauità della pietra con la grauità de gl' altri, e ſi farà reciprocamente tale la mole della pietra alla mole di detti corpi. E queſto compendioſamente ſi fà pigliando il numero 1400, e diuidendolo per ciaſcun numero delle grauità, cioè per 26 grauità della calamita, & il quotiente 53^{11} è la mole della calamita; per $38\frac{1}{4}$ grauità dello ſtagno, & il quotiente $36\frac{23}{33}$ è la mole dello ſtagno, e così de gl'altri.

E perche nello Stromento conuien notare la proportione ſubtriplicata delle sfere, ò de' cubi, perciò da ciaſcun numero delle ſolidità ſi caua la radice cubica, aggiungendo à ciaſcun numero noue zeri, à fine d'hauer la radice in parti milleſime: nel che s'è operato nella ſteſſa maniera, che nel Capo 4. onde circa il modo di ſeruirci de' numeri della quarta colonna per notar le diuiſioni dello Stromento, non occorre replicar ciò, che già di ſopra s'è detto.

Per venir dunque all'eſſecutione dal centro dello Stromento, tiro le due linee AP vguali; e pongo, che AP ſia diametro d'vna palla di pietra, il quale conforme alla Tauoletta è 464 centeſime: onde ſi può intendere tutta la linea diuiſa

in 116 parti, ciaſcuna delle quali ſia $\frac{1}{100}$. Quindi è, che prendendo la metà della linea AP, ſarà di queſte parti 58; e perciò nella linea Aritmetica dello Stromento applico la metà di AP all'interuallo 58. 58; & hò lo Stromento aperto per poter ſegnare occultamente nella linea AP gl'intieri, che ſono 4. Eſſendo dunque ciaſcuna di quelle 116 parti di $\frac{1}{100}$, vn'intiero ne contiene 25: onde prendendo l'interuallo 25. 25, dal punto A, lo ſegno occultamente nella linea AP, replicandolo ſolo tre volte ne' punti a, b, c: perche tanto baſta per il reſto dell'operatione. Sì che vna di queſte parti vltimamente trouate è 100 di quelle particelle, delle quali tutta la AP è 464.

Dunque per hauer le parti centeſime in ordine à ſegnar nella linea AP gl'altri diametri, la grandezza d'vna di queſte parti vltimamente trouate per vn'intiero, applico nella ſteſſa linea Aritmetica all'interuallo 50. 50; e ritenuto lo Stromento nella ſteſſa apertura paſſo all'inueſtigatione de gl'altri diametri nel modo che nella Queſt. 10. del Cap. 2. ſi diſſe. Così perche il diametro della sfera di marmo è 405, prendo 105, & all'interuallo della metà cioè al 52 $\frac{1}{2}$. 52 $\frac{1}{2}$ hò la parte da aggiunger alli tre intieri, cioè dal punto c ſin'all'M; e così di quali parti AP è 464, di tali eſſendone Ac 300, e cM 105, tutta la AM è 405 diametro d'vna sfera di marmo di peſo vguale alla sfera di pietra. Così per la calamita alli due intieri A b aggiungo l'interuallo della metà di 178, cioè di 89. 89, & è b C; onde AC è il diametro per la calamita: E così de gl'altri. Similmente per l'argento, il cui diametro è 295, prendo alla metà di 295 l'interuallo 97 $\frac{1}{2}$. 97 $\frac{1}{2}$, e l'aggiungo ad vn intiero, cioè dal pnnto a, onde AA è il diametro di vna sfera d'argento. E nella iſteſſa maniera s'anderanno aggiungen-

gendo ne gl'altri ad vn intiero gl'interualli proportionati; il che già tante volte s'è detto, che non occorre replicarlo.

Quì auuerto che nello Stromento si son poste le lettere initiatiue de'nomi Italiani, e per l'argento viuo, già che hà ottenuto da'Chimici il nome di Mercurio fattogli già commune, s'è posta la lettera M, la qual'essendo la più vicina alla lettera O, e sapendosi, che doppo l'oro l'argento viuo è il più pesante, ogn'vno facilmente intende essere la M per l'argento viuo. Sarà poi lecito à qualsiuoglia Artefice porre quelle lettere, che più gli piacerà, purche siano tali, che si possa facilmente conoscere qual nome dimostrino.

QVESTIONE PRIMA.

Come si possa cauare la proportione delle grauità specifiche di due, ò più corpi.

Già s'è detto, che le grauità specifiche sono reciprocamente, come le moli, e grandezze delli pesi assolutamente vguali; onde è manifesto, che hauendosi nello Stromento la proportione subtriplicata delle moli, questa proportione triplicata darà la proportione delle moli, e rouersciata sarà proportione delle grauità specifiche. Si può dunque in due maniere operare. Primieramente, allargando lo Stromento, quanto piace, e prendendo con due Compassi gl'interualli de'due corpi, la cui proportione delle grauità specifiche si cerça: dipoi con la linea Aritmetica per la Quest. 5. del Cap. 2. si vegga, che proportione in numeri habbiano quelli due interualli presi: li numeri si cubichino, e sarà nota la proportione cercata, se si riuolterà. Per essempio voglio

para-

paragonar l'oro con la pietra, prendo gl'interualli dell'vno, e dell'altra, e con la linea Aritmetica trouo alla pietra corrisponder 100, & all'oro 51, & vn poco più, quasi 52: piglio il cubo di 100, che è 1000000, & il cubo di 51, che è 132651 e dico, che l'oro alla pietra in mole vguale, è di peso, come 1000000, à 132651 in circa, cioè come 100 à 13 $\frac{2651}{10000}$. Mà preso il cubo di 52, che è 140608 trouo, che è come 100 à 14 $\frac{608}{10000}$, onde, poiche il 52 è stato preso troppo grande, le grauità specifice sono come 100, e 14.

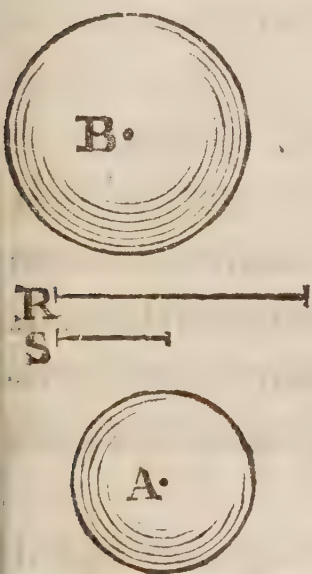
Secondariamente si può fare con più facilità, quando nello Stromento vi sia la linea cubica; poiche il primo modo proposto è buono, quando nello Stromento essendoui la linea metallica non v'è la cubica. Prendansi come prima gl'interualli della linea metallica, e si vegga nella linea cubica, à quali interualli s'addattino, & i numeri della linea cubica mostreranno i termini della Proportione reciproca, poiche mostrano la proportione delle grandezze. Così l'interuallo FF nella linea metallica corrispondente al ferro portato sù la linea cubica all'interuallo 13. 13, l'interuallo CC corrispondente alla calamita, cadendo nella linea cubica all'interuallo 21. 21, dimostra, che la mole della calamita alla mole del ferro è come 21 à 13, e perciò reciprocamente la grauità del ferro alla grauità della calamita è come 21 à 13.

La dimostratione è chiara: perche gl'interualli CC, & FF sono nella proportione di AC ad AF, per quello che s'è detto nel Capo 1; dunque essendo queste, per la construttione dello Stromento nella proportione subtriplicata delle grandezze, anche gl'interualli CC, FF sono nella stessa proportione subtriplicata; dunque queste portate come interualli della linea cubica, sono nella stessa proportione, in cui sono

i lati

i lati cubici ſegnati nella ſteſſa linea cubica: dunque i ſolidi de gl'interualli CC, FF ſono nella proportione de'cubi de' lati cubici corriſpondenti; e così i numeri eſprimenti la proportione de'cubi, eſprimono anche quella delle grandezze de' ſolidi metallici, e per conſeguenza reciprocamente preſi anche la proportione delle grauità ſpecifiche.

Quindi è, che ſaputoſi il peſo d'vna palla di ferro, che porta vn cannone, ſi potrà facilmente ſapere, quante libre porti di palla di pietra; poiche trouata la proportione delle grauità ſpecifiche, come 3 à 1, ſe la palla di ferro è di libre 60, quella di pietra vguale è libre 20.

E quì ſi può auuertire la diuerſa forma, con cui ſi può in diſſegno eſprimere la proportione delle grauità di due corpi; perche ſe ſi vuol' eſprimere con sfere, ò con cubi, baſterà prendere gl'interualli della linea metallica, e ſopra quelli, come ſopra diametri, ò ſemidiametri deſcriuere le sfere, ò come ſopra lati deſcriuer i cubi, ò altri ſolidi ſimili, poiche reciprocamente preſi eſprimeranno la proportione delle grauità ſpecifiche. Così per eſprimere la proportione dell'oro al ferro, nella linea metallica all'interuallo dell'oro prendo qualunque ſemidiametro, e deſcriuo la sfera A; e ritenuta la ſteſſa apertura dello Stromento, prendo l'interuallo del ferro, e queſto mi ſerue di ſemidiametro per la sfera B, & in tal maniera la proportione della grauità dell'oro alla grauità del ferro, è quella della sfera B alla sfera A. Mà ſe ſi vorrà con linee eſprimere la ſteſſa proportione, non baſterà deſcriuere due linee, che

ſiano gl'interualli dell'oro, e del ferro nella linea metallica; mà ò conuiene continuar la proportione di dette linee ſin alla quarta proportionale, e come la proportione della prima alla quarta è la proportione della grandezza de' peſi vguali di oro, e di ferro, così la proportione della quarta alla prima è la proportione della grauità ſpecifica dell'oro alla grauità del ferro; ò traportati queſti interualli alla linea cubica, vedendo, che l'interuallo del ferro poſto al 50. 50, l'interuallo dell'oro cade nel 21. 21, conuiene nella linea Aritmetica prendere due interualli nella proportione di 50 à 21, e ſiano le linee R, S, onde l'oro al ferro di mole vguale è in grauità, come R ad S.

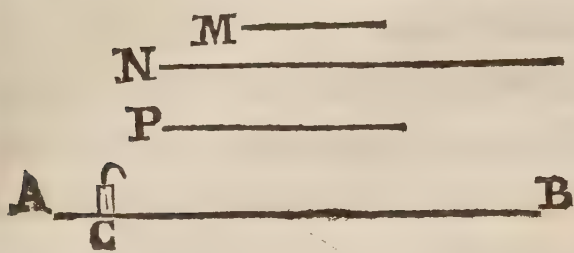
QVESTIONE SECONDA.

Dato vn corpo, la cui grandezza, e grauità ſiano note, come ſi poſſa trouarne vn'altro d'altra materia, che in grauità habbia la proportione data.

PErche in queſta queſtione ſi ſuppone nota la grauità, e la grandezza del corpo, poco importa, che detto corpo ſia regolare, eſſendo che ſi può operare, come ſe ſi haueſſe vna sfera di peſo vguale, mentre non ſi cerca immediatamente la proportione, ne la ſimilitudine della grandezza, mà de' peſi.

Sia per eſſempio vn pezzo di marmo di peſo 40 libre, e ſi voglia hauer'vna palla, ò vn cubo di piombo vguale di peſo al marmo. Conuien dunque trouar, ò il diametro d'vna sfera, ò il lato d'vn cubo di marmo vguale alla grauità del pezzo di marmo dato. Sia per eſſempio conoſciuto il lato d'vn

cubo

cubo di marmo, che pesi due libre, e sia la linea M: questa nella linea cubica s'applichi all'interuallo 2.2, & all'interuallo 40.40, s'haurà la linea N lato d'vn cubo di marmo di libre 40 vguale al pezzo dato. Si porti dunque la linea N nella linea metallica all'interuallo del marmo MM, e nella stessa linea metallica ritenuta l'apertura dello Stromento, l'interuallo del piombo PP, darà la linea P lato d'vn cubo di piombo di libre 40.

Mà se si cercasse vn cubo di piombo, ch'in vna stadiera equilibrasse vn'altro peso maggiore, è manifesto dalle ragioni statiche, che li pesi deuono hauere la proportione reciproca delle lunghezze de bracci della stadiera, pigliandoli dal punto, da cui ella stà sospesa; e perciò al peso dato conuien trouar v'altro peso della stessa materia, che sia minore nella proportione de'bracci della stadiera; & hauuto il lato cubico, ò diametro sferico di tal peso minore applicato alla linea metallica, subito si trouerà il lato, ò il diametro del cubo, ò della sfera dell'altra materia, che si cerca. Così sia la stadiera AB sostenuta nel punto C, si che il braccio CB sia noue volte maggiore del braccio CA, e dall'estremità A debba sospendersi vn peso di 450 libre di stagno; dunque essendo BC à CA, come 9 à 1, il peso che in A è 450 libre, vien equilibrato in B da libre 50. Ora facciamo, che sia noto il diametro di vna palla di stagno di lib. 3, s'applichi tal diametro nella linea cubica all'interuallo 3.3, e l'interuallo 50.50, darà il diametro d'vna palla di stagno di lib. 50. Questo diametro trouato si porti nella linea metallica all'interuallo SS

 dello

dello ſtagno, poiche l'interuallo PP del piombo darà il diametro d'vna palla di piombo di libre 50, che poſta in B, equilibrerà le libre 450 di ſtagno poſte in A.

Quì però deue intenderſi la ſtadiera equilibrata da ſe medeſima, perche altrimenti nelle ſtadiere communi non riuſcirebbe aggiuſtato il peſo, a cagione che il braccio lungo della ſtadiera hà li ſuoi momenti di grauità.

Auuertaſi in queſte operationi riuſcir aſſai commodo prendere le sfere; perche quando foſſero grandi aſſai, ſi può operare col ſemidiametro più toſto, che col diametro, e s'hà l'apertura del Compaſſo per deſcriuer la sfera; ma ſe ſi prendeſſe la metà del lato cubico, conuerria pigliar il cubo otto volte minore del peſo dato, e ſi trouerebbe il lato d'vn cubo otto volte minore del douere: onde finita l'operatione, ſaria di meſtieri raddoppiar il lato trouato.

In oltre ſi deue auuertire da chi non foſſe tanto prattico della Geometria, che quando ſi tratta ſolamente d'eſprimere la proportione, tanto è trouar li diametri delle sfere, quanto i lati de'cubi; perche le sfere eſſendo tra di ſe nella triplicata proportione de'loro diametri, hanno la proportione de'cubi de gli ſteſſi diametri; Mà ſe ſi trattaſſe d'eſprimere le grandezze, non è l'iſteſſo prender le sfere, & i cubi, come è manifeſto; poiche la sfera circoſcritta dal cilindro è à queſto come 2 a 3, & il cilindro circoſcritto dal cubo è nella proportione del circolo al quadrato del diametro, cioè come 11 a 14: onde ne viene, che queſti tre corpi sfera, cilindro, e cubo, à quali ſerue l'iſteſſa linea di diametro alli rotondi, e di lato al cubo, ſono nella proportione di 22. 33. 42, e così il cubo alla sfera è come 21 à 11; dal che appariſce quanto enorme sbaglio faria chi in ciò operaſſe ſenza la douuta rifleſſione.

Dal

Dal che così di paſſaggio poſſiamo raccogliere, come ſi poſſa trasformar vn cubo in vna sfera, & al contrario. Perche ſe ſarà dato il lato d'vn cubo, è manifeſto, che di quali parti quel cubo è 21, la sfera che habbia diametro vguale ſarà ſolo 11: pongaſi dunque quel lato del cubo dato nella linea cubica, come ſe foſſe diametro d'vna sfera all'interuallo 11. 11, e preſo l'interuallo 21.21, queſto ſarà il diametro della sfera, la quale eſſendo alla sfera del primo diametro, come 21 à 11, vien ad eſſer vgual al cubo dato, per la 7 del lib. 5. E ſe la sfera s'haurà à cangiar in cubo, pongaſi il diametro di detta sfera come lato d'vn cubo all'interuallo 21. 21, e preſo l'interuallo 11. 11, ſarà lato d'vn cubo, che ſarà al cubo del primo lato, come 11 à 21, e perciò vguale alla sfera del primo diametro preſo, come lato di cubo.

Fatta poi queſta trasformatione di sfera in cubo vguale della ſteſſa materia, ſarà facile, per quel che s'è detto con la linea metallica trouar la sfera, ò'l cubo vguale di peſo, che ſia d'altra materia.

L'iſteſſa forma d'operare ſi terrà nella trasformatione di sfera, ò cubo in cilindro, hauendo riſguardo alla proportione delle loro grandezze; e ſeruendoſi della linea Cubica, Geometrica, e poi della linea Metallica per la diuerſità della materia in ordine al peſo. Così eſſendo data la sfera S d'argento, e ſi voglia vn cilindro d'oro vguale di peſo, il cilindro quadrato CE, che hà per baſe il circolo maſſimo della sfera, e per altezza il diametro della ſteſſa sfera, è ſeſquialtero alla sfera: dunque trouandoſi con la linea Geometrica il diametro d'vn circolo ſubſeſquialtero, e ſia CF, il cilindro CG d'altezza vguale al diametro della sfera ſarà vguale alla ſteſſa sfera, poiche anch'egli è ſubſeſquialtero del cilindro CE, hauendo

uendo la proportione delle baſi, per la 11 del lib. 12. Dunque il cilindro C G d'argento è vguale alla sfera S d'argento. Or volendoſi vn cilindro quadrato, che ſia vguale al cilindo CG, e per conſeguenza alla sfera data S, tra il diametro della baſe CF, e l'altezza FG ſi troui la ſeconda delle quattro continuatamente proportionali, per la Queſt. 1. del Cap. 4. col mezzo della linea cubica, e ſia CO, diametro della baſe del cilindro, à cui eſſendo vguale l'altezza OL, ſarà il cilindro CL quadrato vguale al cilindro CG, cioè alla sfera; eſſendo che le baſi, e l'altezze di queſti due cilindri ſono reciproche, come s'è dimoſtrato nella Queſt. 6. del Cap. 4. perche per la coſtruttione il circolo del diametro CF al circolo del diametro CO è come la prima alla terza proportionale, tra le quali la linea CO è la ſeconda.

Or eſſendo come la prima alla terza, così la ſeconda alla quarta, cioè CO, ouero OL vguale altezza, all'altezza FG, ſi rende manifeſto, che ſi reciprocano le baſi, e l'altezze. Traportato dunque CO nella linea metallica all'interuallo AA dell'argento, prendaſi l'interuallo OO dell'oro, e ſia la linea IM diametro della baſe, & MK altezza vguale: onde il cilindro d'oro IK eſſendo ſimile al cilindro CL d'argento, & eſſendo per la coſtruttione dello ſtromento nella proportione

reci-

reciproca delle grauità ſpecifiche, ſaranno detti due cilindri equiponderanti, e perciò il cilindro d'oro IK ſarà di peſo vguale alla sfera S d'argento.

QVESTIONE TERZA.

Come ſi poſſa trouare la grandezza di qualſiuoglia peſo, conoſcendone vn'altro d'altra materia.

DAlle coſe dette ſin'ora è manifeſto, che ſapendoſi la grandezza d'vn peſò in materia determinata di quelle, che ſono nella linea metallica ſubito ſi troua la grandezza del corpo d'vgual peſo in figura ſimile, e di materia diuerſa. Poſcia con la linea cubica ſi troua la grandezza del peſo, che ſi cerca. Per cagione d'eſſempio ſi cerca di far' vn vaſo di capacità cubica in modo, che capiſca libre 3200 d'argento viuo: è noto il diametro d'vna palla di ferro di 3 libre. Perche ſi cerca il lato cubico del vaſo, ſi riduca la grandezza della palla ad vn cubo vguale, trouando il lato del cubo di ferro di 3 libre, come s'è detto nella Queſt. precedente: e queſto lato cubico nella linea metallica s'applichi all'interuallo del ferro FF, perche l'interuallo del mercurio MM darà il lato di vn cubo d'argento viuo di 3 libre. Queſto lato trouato s'applichi nella linea cubica all'interuallo 3. 3, e l'interuallo 50. 50, darà il lato d'vn cubo di 50 libre d'argento viuo. Dunque queſto lato quadruplicato darà il lato d'vn cubo 64 volte maggiore del cubo di libre 50, cioè del cubo di lib. 3200 d'argento viuo, come ſi cercaua.

Quando il numero, che denomina il peſo è grande aſſai, per trouar preſto vn lato, che con replicarlo alcune volte dia

il lato, che si cerca, prendasi vn numero cubo, che lo misuri per vn'altro num. minore del 50 (posto che la linea cubica dello stromento non ecceda li 50) ò di qualsiuoglia altro, che sia il massimo de' numeri notati nella linea cubica. Così per trouar'il diametro d'vna sfera di marmo, che pesi libre 4000, se prendessi il cubo di 4, cioè 64, verrebbe il quotiente $62\frac{1}{2}$ maggiore del 50, che è il massimo delli notati nella linea cubica; perciò preso il cubo di 5, cioè 125, e per 125 diuiso il 4000, viene il quotiente 32. Et in tal maniera operando, come prima, cioè trouato il diametro della sfera di marmo di lib. 3 vguale alla sfera di ferro conosciuta, & applicato nella linea cubica tal diametro all'interuallo 3. 3, prendasi l'interuallo 32. 32; e perche il 4000 fù diuiso per il cubo di 5. per questo quell'interuallo 32. 32 deue replicarsi cinque volte, e quello sarà il diametro d'vna palla di marmo di 4000 libre.

CAPO VI.

In qual maniera s' habbiano à notare nello Stromento li Gradi del Circolo: & vso di tal linea.

PEr la necessità, che s'hà molte volte di dissegnar' alcune piante di campi, e cose simili, ò per l'vso della Gnomonica, conuien fare angoli di misure determinate in gradi, i quali sono quelle 360 parti, in cui s'intende diuisa la circonferenza di ciascun circolo, come è noto. A questo fine molti hanno descritta vna quarta parte di cerchio diuisa ne' suoi gradi, e dalla circonferenza vltima tirate per ciascun grado linee rette al centro, vengono à diuidere similmente altri

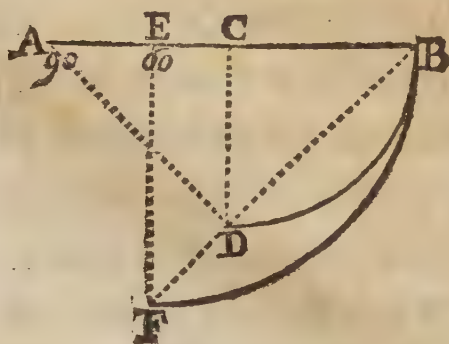
archi più piccoli deſcritti dal medeſimo centro, per poterſi ſeruire ora di queſto, ora di quell' arco di maggior, ò minor diſtanza dal centro, conforme al biſogno occorrente. Mà di quanta imperfettione ciò ſia, è manifeſto, per la confuſione, che ſaria, ſe foſſero molti gli archi deſcritti l'vno vicino all'altro, e per la difficoltà, che tutte le linee ſiano giuſtiſſimamente tirate; oltre che coll'auuicinarſi tra di loro, quanto più s'accoſtano al centro, vengon' à far confuſione, e ſpeſſo non ſaluano l'vguaglianza della diuiſione. Perciò ſi sfuggono tutti queſti inconuenienti nello Stromento di Proportione, il quale ſerue per diuider tutti li circoli poſſibili, li cui ſemidiametri puonno capire tra la minima, e la maſſima dilatatione dello ſtromento nel luogo, doue s'applica il ſemidiametro, come ſi dirà.

Tirandoſi dunque nello ſtromento vna linea retta, è certo, che queſta non và diuiſa in parti vguali, come vna linea circolare è diuiſa in parti vguali, che ſi chiamano Grandi; poiche in tal linea reta dello ſtromento ſi ſegnano non gl'archi, mà le corde ſottendenti à gl'archi, e con eſſe s'opera nel modo, che ſi ſpiegarà à baſſo. E che tali corde de gl'archi, che creſcono vgualmente in numero di grandi, non creſcono anch'eſſe vgualmente, è manifeſto dalla dottrina de'Seni, che quì ſi ſuppone. Onde grauemente errarebbe l'Artefice, che vna tal linea tirata nello ſtromento per vn quadrante di cerchio, voleſſe diuider' in 90 parti vguali; perche così facendo, queſta linea non ſaria punto differente dalla linea Aritmetica, di cui s'è parlato nel Capo 2. E così eſſendoci offerto vno Stromento di Proportione, ſe applicati due compaſſi à due numeri nella linea Aritmetica, quelle due diſtanze vengono ad applicarſi à due numeri ſimili nella linea de'

X gradi,

gradi, ò del quadrante del cerchio, sarà segno euidente non esserſi fatta tal linea dall'Artefice ſecondo le regole debite, e lo ſtromento è inutile.

Ora douendoſi notare nello ſtromeuto le corde de gl'archi, ſi puonno notare, ò quelle di tutto vn ſemicircolo, ò ſol quelle d'vn quadrante; e torna più à conto notar ſol queſte del quadrante, perche in tal modo rieſcono le diuiſioni della linea più diſtinte, e notabili, e per altro queſte baſtano per qualſiuoglia arco ànche maggiore. Se pur non foſſe così lungo lo ſtromento, che riuſciſſe commodo il notarui tutto vn ſemicircolo. Perciò qui parleremo ſolo della diuiſione per il quadrante; perche da ciò ſarà manifeſto, quanto s'habbia à fare volendoſi fare per il ſemicircolo.

Per tanto voltato lo ſtromento dall'altra faccia oppoſta alla ſegnata già per linee rette ſenza relatione al circolo, ſi tirino dal centro nell'vno, e nell'altro braccio due linee rette vguali, ciaſcuna delle quali ſi ſuppone eſſer corda dell'arco di 90 gradi. Conuien dunque trouare, qual ſia il ſemidiametro d'vn circolo, la di cui quarta parte habbia per corda la linea data. Il che ſi fà in tal maniera. Suppongaſi, che la linea retta tirata nello ſtromento ſia la AB corda dell' arco di gradi 90, e cerchiſi il ſemidiametro, cioè la corda di gr. 60. Diuidaſi vgualmente la AB in C, e ſi alzi la perpendicolare CD vguale alla CB, e per il punto D ſi tiri la retta BD, à cui prendaſi vguale BE, & il punto E è il termine della corda di gr. 60 nel cerchio, di cui la AB è corda di gr. 90. Perche ſe ſi tira la retta DA, li due triangoli

ACD,

ACD, BCD hanno per la costruttione vguali i lati CA, CB, e la CD è commune, e gl'angoli al punto C sono fatti vguali dalla perpendicolare CD, dunque, per la 4 del lib. 1, le basi DB, DA sono vguali, e gl'angoli vguali. E perche per la costruttione ambidue sono isosceli, essendo le tre line AC, CD, CB vguali, gl'angoli CDB, CDA sono semiretti, per la 5, e 32 del lib. 1. e così tutto l'angolo ADB è retto: Onde essendo simili li triangoli BCD, BDA, come CB semidiametro à BD corda di gr. 90. così anche BD semidiametro, cioè BE, à BA corda di gradi 90. E per prouare se habbi operato giustamente, prolonghisi la BD in F, tanto che BF sia vguale alla BA, e fatto centro in E all'interuallo EB, si descriua l'arco BF, e se passerà precisamente per il punto F, sarà segno, che s'operò giustamente: Perche dal centro C descritto il quadrante BD, sono due circoli, che si toccano interiormente nel punto B, e così la retta BDF tagliando dell'vno, e dell'altro archi simili (come si può facilmente raccogliere dalla 20, è anche dalla 32 del lib. 3.) fà che tanto l'arco BF, quanto l'arco BD siano di gr. 90. Similmente si prouerà con alzare dal punto E vna perpendicolare, e perciò parallela alla CD, la quale cadendo nel punto F, sarà indicio, che s'oprò giustamente. Perche essendo simili li triangoli BCD, BEF, come BD à BC, così BF, cioè BA à BE, per la 4 del lib. 6. Ne sono inutili queste proue, perche conuien'operare con essattezza nel formare lo stromento.

Sia dunque sopra vna lastra piana di rame, ò altra materia piana consistente, la linea RS longhezza della linea, che può tirarsi nel lato dello stromento, e conforme al modo detto sia RC la corda di gr. 60. Perciò all'interuallo CR fatto centro in C, si descriua vn'arco, & applicata l'apertura del Compas-

ſo dal punto R, ſi taglia l'arco nel punto 60. Queſt'arco R 60 diuiſo per metà, per la 30 del lib. 3. darà il punto 30; onde la diſtanza di R 30 replicata dal punto 60, darà 60. 90, e così R 90 ſarà il quadrante del cerchio, e ſi ſarà operato giuſtamente, ſe l'apertura R 90 comprenderà preciſamente la linea RS. Così le ſolite ſubdiuiſioni daranno tutti li 90 gradi del quadrante, quali conuien notare con grandiſſima eſatezza, quanto ſarà pòſſibile; poiche diuiſo R 30 per metà, darà R 15; e diuiſo R 30 in tre parti vguali, darà R 10; le quali parti R 10, & R 15 replicate, daranno la diuiſione di tutte le decine per metà. Sì che ſol reſta diuidere R 5 in cinque gradi vguali: il che forſi non riuſcirebbe così aggiuſtato, ſe ſi tentaſſe immediatamente replicando cinque volte la piccola apertura del Compaſſo; perciò prendo vn' interuallo maggiore, e lo diuido con ogni diligenza in cinque parti vguali, e ſia R 45, poiche la ſua quinta parte RI contine 9 gradi; e così queſt'apertura replicata, caderà in O, E, V, cioè ne'gradi 18, 27, 36, e così di mano in mano. Applicata poi queſta ſteſſa apertura alli punti già notati, e replicata conuenientemente, verranno ad eſſer ſegnati tutti li gradi.

Che ſe più toſto voleſſimo prendere vn'interuallo minore, e replicarlo più ſpeſſo (il che forſi non riuſcirà tanto accurato, poiche quanto più ſi replica il Compaſſo, la punta tanto più ſpatio rubba) ſi può diuidere R 30 in cinque parti vguali, ciaſcuna delle quali contiene 6 gradi, e replicato quell'interuallo conuenientemente al modo detto, cominciando or da vno, or da vn'altro de' punti già ſegnati, verranno ad eſſer notati tutti li gradi.

Fatta queſta diuiſione del quadrante ne' ſuoi gradi, ſi prendano dal punto R gl'interualli à ciaſcun grado, e ſi notino

nella

10
20
30
40
50
60
70
80
90

nella linea RS, e queste sono le corde di ciascuno di quegl'archi, che deuono notarsi nello stromento: e perciò tali diuisioni deuono trasferirsi nelle linee AC, AQ dello stromento. Se bene io consegliarei più tosto prendere nell'arco R 90 immediatamente le corde di ciascun'arco, e trasportarle sù lo stromento; poiche così pare l'operatione sia per riuscire più esatta.

Da questa costruttione, e dalle ragioni di sopra più volte addotte, si rende manifesto, che essendo li lati AC, AQ diuisi nella proportione di tutte le corde de gl'archi del quadrante, il cui semidiametro è A 60, data qualsiuoglia apertura dello stromento, l'interuallo 60. 60 sarà la quantità del semidiametro del circolo, e tutti gl'altri interualli daranno le corde de gl'archi corrispondenti di detto circolo.

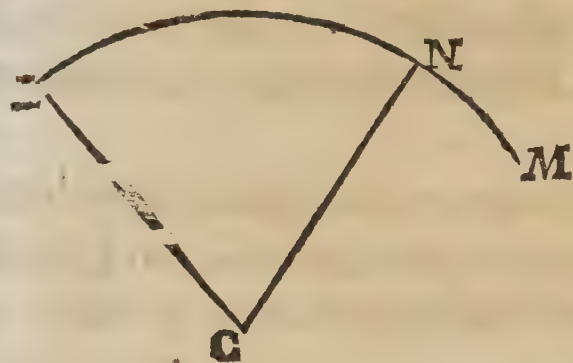
QVESTIONE PRIMA.

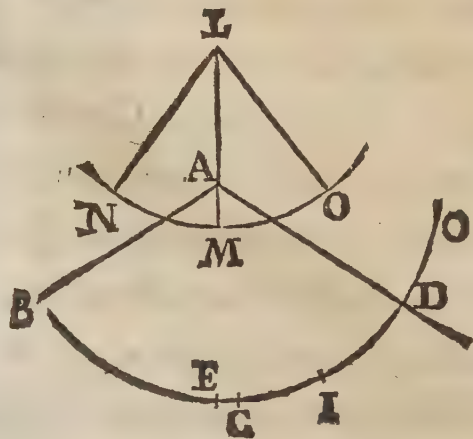
Come si possa descriuer' vn'angolo di quantità determinata.

Già si sà, che la quantità de gl'angoli si denomina dalla moltitudine de'gradi del circolo, che habbia il centro nel punto, doue s'vniscono le due linee, che fanno l'angolo; e la quantità de'gradi della circonferenza compresa tra dette due linee denomina l'angolo di tanti, ò tanti gradi. Onde ne viene, che douendosi descriuer'vn'angolo, dall'estremo d'vna linea data, come da centro à qualunque interuallo, si descriue occultamente vn'arco minore della semicirconferenza, più, ò meno, secondo che l'angolo deu'esser maggior, ò minore; poiche dal punto, doue la data linea taglia la detta circonferenza, prendendosi l'arco della determinata quantità,

si tro-

ſi trouerà il punto, per il quale dal centro tirata vna linea fará l'angolo cercato.

Debbaſi per cagione d'eſſempio deſcriuere l'Angolo del centro d'vna Fortezza regolare di cinque baloardi; il qual'è di gr. 72. Sia la linea CL, che partendo dal centro della fortezza, ſia inſieme ſemidiametro del circolo, in cui ſi deſcriue il Poligono interiore. Dal punto C, come

centro all'interuallo CL ſi deſcriua l'arco LM. Poſcia nello Stromento s'applichi la linea CL all'interuallo de'gradi 60. 60:& in quella apertura dello Stromento prendaſi l'interuallo 72.72;e queſto applicato all'arco deſcritto,ſarà LN. Dunque dal punto C al punto N tirata la CN, ſarà LCN l'angolo del centro d'vn Pentagono regolare, cioè di gradi 72.

Mà ſe ſi voleſſe deſcriuere l'angolo del medeſimo Pentagono ſenza ſaperſi il centro della figura, per deſcriuerui vn Baloardo, baſterà leuare l'angolo del centro, che è gr. 72 da due Retti, cioè da 180, e reſtano gr. 108. Sia dunque la linea BA, & il punto A, doue deu'eſſer l'angolo, ſia centro dell'arco BO(preſo l'interuallo AB, ò tutto, come in queſta figura, ò ſol parte d'vna linea maggiore, ſe AB foſſe aſſai più lunga) da cui ſi deuono prendere gr. 108. Nello Stromento s'applica AB all'interuallo de' gr.

60.

60. 60; e perche non vi son notati se non i gradi del quadrante, e questo angolo è assai maggiore, perciò con la stessa apertura del Compasso prendo primieramente BC, che è gradi 60; e perche il residuo sin alli 108, sono gradi 48, prendo l'interuallo 48. 48, e lo trasferisco in CD; onde vien ad essere l'arco BD gr. 108 e tirara la linea AD darà l'angolo del pentagono BAD.

Ora se sopra l'angolo BAD del pentagono volessimo descriuere il baloardo col suo angolo proportionato, primieramente si diuide l'angolo BAD per metà, onde essendo BD gr. 108, prendasi nello Stromento l'interuallo 54. 54, e sarà BE: e così applicata la riga alli punti AE, si tiri la Capitale LA, che prolongata taglia per mezzo l'angolo del Poligono, e giungerebbe sin al centro. Suppongasi che in L debba esser la punta del Baloardo. E perche alla forma assai commune, e pratticata si fà l'angolo del Baloardo, che sia due terzi dell' angolo del Poligono, essendo questo gr. 108, quello sarà gr. 72, & il semiangolo del Baloardo gr. 36. Fatto dunque centro in L à qualunque interuallo, per essempio LM, si descriua vn arco di quà, e di là; & applicata nello Stromento la linea LM all'interuallo 60. 60, prendasi l'interuallo 36. 36, & applicato nell'arco descritto, dal punto M si prenda vguale MN, & MO: e tirate le linee LN, LO, sarà l'angolo del Baloardo NLO di gr. 72, come si richiedeua.

Che se occorresse descriuer vn'angolo, che oltre li gradi hauesse anco li minuti, conuien auuertire, se la figura da descriuersi è grande, ò pur piccola; perche nelle piccole vna cotal differenza di minuti non è notabile: onde se li minuti sono assai meno di 30, si puonno lasciare, se passano notabilmente li 30, si puonno prendere per vn grado di più; così in

vece

vece di gr. 10. m. 12. basta prendere nello Stromento l'interuallo 10. 10: & in vece di gr. 10. m. 49. si può prendere nello Stromento l'interuallo 11. 11. Che se li minuti aggionti alli gradi s'auuicinano più, ò meno alli 30, si puonno pigliare nello Stromento li due numeri vicini, cioè il minore in vn braccio, & il maggiore nell'altro braccio dello Stromento; così per gr. 10. m. 28, ouero per gr. 10. m. 36. si può prendere nello Stromento l'interuallo 10. 11, & sarà prossimamente ciò che si desidera. Ma se la figura fosse notabilmente grande, in tal caso conuerrà descriuer vn arco con vna grand' apertura di Compasso, siche il semidiametro sia grande da applicarsi all'interuallo 60. 60, dipoi si prenda nell'arco descritto il numero de' gradi intieri, e poi il numero d'vn grado di più, e quella differenza à occhio si può diuidere secondo il numero de' minuti aggionti; così per l'angolo di gr. 10. m. 12, prendo prima l'interuallo 10. 10, e poi l'interuallo 11. 11, e segnati nell'arco descritto, piglio à occhio la quinta parte della differenza tra questi due segni, che corrisponde alli minuti 12; e tirata la linea darà l'angolo desiderato.

QVESTIONE SECONDA.

Come si conosca la grandezza, e quantità d'vn'angolo dato.

DA ciò, che s'è detto nella precedente Questione è cosa facilissima, se sarà dato vn'angolo, conoscere determinatamente in gradi, quanta sia la sua grandezza, fatto centro nel punto, oue le due linee si toccano, & à qualunque interuallo descritto vn arco, che tagli amendue quelle linee, perche applicata la larghezza del Compasso, alla cui apertura si de-

ſi deſcriſſe l'arco alli punti 60. 60, dello Stromento poſcia, co'l Compaſſo preſa la grandezza dell'arco deſcritto compreſo tra le due linee date, s'applichi allo Stromento, & apparirà di quanti gradi ſia l'angolo dato. Così le due linee RS, RT fanno l'angolo SRT, la cui quantità ſi deſidera conoſcere. Dal punto R all'interuallo RA deſcriuo l'arco A B occulto (ouero per più facilità ſegno le due linee ne' punti A, e B ſenza deſcriuere l'arco) e l'apertura del Compaſſo RA applico all'interuallo 60.60 nello Stromento. Dipoi prendo col Compaſſo la diſtanza AB, & applicata allo Stromento ritenuto nella ſteſſa apertura, trouo, che caſca all'interuallo 25 $\frac{1}{3}$. 25 $\frac{1}{3}$, e così dico l'angolo SRT eſſere di gr. 25. m. 20.

Similmente ſe ſarà tirata la linea TS, e fatto il triangolo, conoſcerò, quanto ſia l'ang. S, ſe alla lunghezza ST prenderò vguale SC, & applicata queſta lunghezza ST alli punti 60. 60 dello Stromento, prenderò col Compaſſo la diſtanza TC, e ritenuta la ſteſſa apertura dello Stromento, trouando, che la diſtanza TC s'applica giuſtamente nello Stromento all'interuallo 90. 90, dico che l'angolo S è retto, e perciò l angolo T è il complemento dell'angolo R, e per conſeguenza è di gr. 64. m. 40.

Di qui è manifeſto il modo di cauare dall'ombra d'vn corpo, la cui altezza è conoſciuta, quanta ſia l'altezza del Sole ſopra l'Orizonte. Sia dunque l'altezza perpendicolare d'vn baſtone piedi 6, e miſurando la longhezza dell'ombra, trouo che è piedi 2. oncie 10 $\frac{1}{2}$. Si che queſte due miſure ſono oncie 72, & oncie 34 $\frac{1}{2}$. Dunque alargato lo Stromento à mio piacere,

cere, prendo nella linea Aritmetica l'interuallo 72. 72, & in vn piano descriuo à tal' interuallo vguale la linea RS: e poi preso l'interuallo $34\frac{1}{2}$. $34\frac{1}{2}$, gli descriuo vguale la linea ST, che cade perpendicolarmente in S. Quindi tirata la linea RT mostrarà il raggio del sole, come RS rappresenta l'altezza del bastone, & ST la longhezza dell'ombra. Cerco dunque nel modo detto di sopra la quantità dell'angolo T, e questa è l'altezza del Sole sopra l'Orizonte.

Di questo modo potranno seruirsi i Pittori, per non far l'ombre de' corpi, ò troppo corte, ò troppo lunghe, quando la cosa dipinta rappresenta vn fatto operato in ora determinata del giorno in vn luogo determinato; perche per essempio se si dourà dipinger il Miracolo di S. Pietro, quando risanò lo storpiato alla Porta speciosa del Tempio di Gierusalemme, bisogna auuertire di non far l'ombre delle fabriche in modo, che non corrispondano con le altezze, all'hora nona, cioè tre ore doppo mezzo dì (parlando dell'ore disuguali) circa il fine di Maggio in Gierusalemme. Che se bene non è necessaria in ciò vna certa precisione Mattematica per l'vso de' Pittori, ad ogni modo si può errare assai in ciò, e mostrare d'hauer fatto l'ombre, & il sito del Sole à caso.

Mà se l'angolo dato fosse così grande, che descritto l'arco, non si potesse nello Stromento trouare la sua quantità, si potrà prender in due volte: Come nella figura della questione precedente l'angolo BAD è tale, che aperto lo Stromento all'interuallo AB applicato alli punti 60. 60, la distanza BD non capisce nello Stromento, perciò preso ad arbitrio vn'interuallo, per essempio 80. 80, & applicato all'arco descritto BD, saranno BI gr. 80; il resto dell'arco ID applico allo Stromento, e cade nell'interuallo 28. 28; onde alli gradi

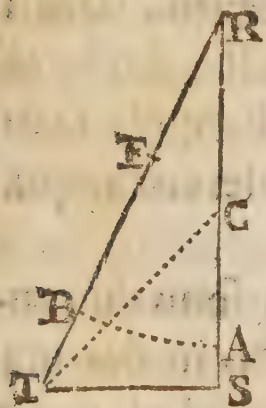
80.

80. aggionti gradi 28, tutto l'arco BD, e per conſeguenza la quantità dell'angolo dato BAD, è gr. 108.

QVESTIONE TERZA.

come con lo Stromento ſi poſa pratticare tutta la Trigonometria ſenza Tauole.

SE Bene di queſto ſi parlò qualche coſa nel cap. 2. Queſt. 6, ad ogni modo ſarà meglio più vniuerſalmente ſpiegare quì l'vſo dello Stromento nella ſolutione prattica de' triangoli, e ſeruirà per quelli che non ſi curano di tanta preciſione, quanta oprando co' numeri ſi troua coforme alle regole della Trigonometria.

E quì ſuppongo ciò che è noto, che delle ſei parti, cioè di tre lati, e tre angoli, che ſono in vn triangolo, conuien saperne tre, per conoſcere l'altre tre. Se ſono dati tutti tre gl'angoli, non ſi può conoſcere, quanta ſia la longhezza de' lati, ma ſolo la proportione, che li lati hanno tra di loro, eſſendo che li triangoli equiangoli, e ſimili tra di loro, hanno ben ſi i lati proportionali, ma non vguali. Onde ſe ſaranno dati tre angoli d'vn triangolo, facciaſi qualunque triangolo con detti tre angoli, e nella linea Aritmet. applicato vno de' lati all'interuallo, che più piacerà, ſi troueranno gl'altri, e ſarà manifeſta la lor proportione. Siano li tre angoli dati gr. 25. m. 20, gr. 19. m. 40, gradi 135. Sopra la linea RT, faccio l'angolo TRC gr. 25. m. 20, e l'angolo RTC di gradi 19. m. 40, e così rieſce il terzo angolo TCR

gradi 135. Ora applico la linea RT nella linea Aritmetica all'interuallo 80.80, e ritenuta quell'apertura dello Stromento, veggo che il lato RC cade all'interuallo 38. 38, & il lato CT cade all'interuallo 48.48, dal che cauo la proportione de' tre lati essere 160, 76, 96.

Mà se saranno dati li tre lati d'vn triangolo, si troueranno li tre angoli, prendendo nella linea Aritmetica tre interualli nella proportione de' lati dati; e formatone vn triangolo, si cerchi la quantità di due angoli nel modo detto nella Questione precedente, perche il terzo angolo sarà noto, essendo il complemento sin a' gradi 180. Così date le distanze di tre luoghi di passi 160.76.96, prendo nella linea Aritmetica gl'interualli della metà di detti num. cioè 80.38.48, e formato il triangolo TCR, cerco come sopra s'è detto gl'angoli R, & T, e così si fà noto anche il terzo angolo.

Mà se non fossero date le misure delli trè lati, e solamente fosse proposto vn triangolo, di cui si desidera sapere gli angoli: circa il Triangolo si descriua il circolo per la 5. del lib. 4. (cioè si troui il centro, e da quel punto sin all'estremità d'vno de gli angoli si prenda la distanza, che è il Raggio del circolo) & il semidiametro di tal circolo portato tra li punti 60. 60, veggasi à qual interuallo capisca ciascuno de' lati dati; poiche il numero corrispondente nello Stromento, darà il doppio dell'angolo opposto al lato applicato: essendoche tal lato è Corda dell' arco notato, & è sottensa all'angolo fatto nel centro, che è doppio dell'angolo alla circonferenza, qual è l'angolo cercato opposto al lato dato.

Quando li dati sono misti d'angoli, e lati, ò sono due angoli, & vn lato, ò due lati, & vn angolo: e questo in due maniere, poiche è il lato adiacente alli due angoli dati, ouero oppo-

opposto ad vn di loro; e similmente ò è l'angolo compreso dalli due lati dati, ouero opposto ad vno di detti lati.

Sia dato vn lato, e gl'angoli adiacenti; sia AB parte della riua d'vn fiume, conosciuta in misura di piedi 90; e si desideri sapere la distanza AC, che trauersa il fiume. Sia osseruato in A l'angolo CAB, di gradi 78, & in B l'angolo ABC di gradi 35; descriuo nell'estremità della linea AB li due angoli conforme alle sopradette misure osseruate, cioè ABC gr. 35, e BAC gr. 78; onde le linee BC, AC si rincontrano in C. Applicata dunque la linea AB sù la linea Aritmetica alli punti 90.90, trouo, che AC cade nell'interuallo 56.56, dal che cōchiudo, che la distanza dal punto A al punto C, che trauersa il fiume è di piedi 56: e così la distanza BC è di piedi 95 $\frac{1}{2}$.

Mà se fosse dato il lato AB con l'angolo B adiacente, e l'angolo C opposto, sarà anche noto il terzo angolo A, che è complemento alli due retti; e così si descriuerà la figura, come se fosse dato il lato con li due angoli B, & A adiacenti, e s'operarà, come poco fà si diceua.

Ora sian dati due lati con l'angolo compreso: descriuasi l'angolo dato, come s'è detto nella prima Questione, e si prenda la lunghezza de' lati proportionata à i lati dati; poi le estremità de' lati si congiungano, e s'haurà il triangolo, in cui si conosceranno l'altre parti, come sopra. Sia nella figura antecedente, dato l'angolo compreso dalli lati dati di gr. 25.

20. &

20. & il lato RT sia passi 92, & RS passi 83; & appunto con tal proportione siano le linee RT, RS: tiro la linea TS; & applicata RT nella linea Aritmetica all'interuallo 92.92, trouo che TS cadendo nell'interuallo 40.40, mostra che la distanza di S da T è di passi 40. Così cercando nel modo spiegato nella 2. Questione, si trouerà l'angolo S retto, e l'altro resta noto, per esser il complemento delli due conosciuti sin'à gradi 180.

Siano finalmente dati due lati, & vn angolo opposto ad vno di loro. In questo caso conuien osseruare se l'angolo dato è opposto al lato maggiore, ò pur al minore de' dati; perche se è opposto al lato maggiore, non v'è bisogno d'altra precognitione; mà se fosse opposto al lato minore, allhora può darsi caso, in cui sia necessario sapere la specie dell'angolo opposto al lato maggiore, cioè se sia ottuso, ò pur acuto. Il che si vedrà chiaramente dalla prattica, che quì soggiongerò. Sia dato vn'angolo di gr. 67. opposto ad vn lato di piedi 90, & adiacente ad vn lato di piedi 56. Tiro la linea CA di piedi 56, e faccio l'angolo C di gr. 67. tirando la CB indefinita. Poi nella linea Aritmetica posto il lato CA all'interuallo 56.56, prendo l'interuallo 90.90, e dal punto A, come da centro descriuo con quell'apertura di Compasso vn'arco, che taglia l'indefinita CB nel punto B: e così tirata la retta AB, sarà l'altro lato de' dati opposto all'angolo dato: onde sarà constituito tutto il triangolo ABC, e nel modo detto si conosceranno l'altre parti incognite. Ora perche la linea AB è maggiore, che AC, è manifesto che l'arco occulto descritto non taglia l'indefinita CB, se non nel punto B da questa parte opposta all'angolo dato: e così il lato dato non può hauer altra positura che AB.

Mà

Mà se dato l'istesso angolo C gr. 67. il lato adiacente fosse 70 piedi, cioè CD, & il lato opposto fosse piedi 65, applicata CD nella linea Aritmetica all'interuallo 70. 70, e presa la distanza 65. 65, descritto dal centro D vn'arco, che tocchi l'indefinita CB nel punto E, tirata la linea DE, è manifesto, che l'angolo DEC è retto, ne altra può essere la positione del lato opposto di piedi 65.

Che se finalmente dati gl'istessi lati di piedi 90, e piedi 56, sia dato l'angolo B di gr. 35. opposto al lato minore, presa AC di tali parti 56, delle quali AB è 90, e dal punto A descritto vn'arco, si vede, che taglia l'indefinita BC in due punti C, & I, e così non sappiamo se dobbiamo più tosto seruirci della AC, ò pure della AI, se non si sà, se l'angolo opposto al lato maggiore dato AB, sia acuto, come ACB, ò pur ottuso, come AIB.

QVESTIONE QVARTA.

Trouar in numeri la proportione di due rette con l'aiuto delle Tauole de' Seni.

CON tutto, che nell'vso della linea Aritmetica dello Stromento si sia mostrato, come possa trouarsi la proportione di due linee date, ad ogni modo chi desiderasse auuicinarsi anche più alla precisione, & esprimerla con numeri maggiori, potria seruirsi di questa linea de' gradi, doue sono notate le corde de gl'archi del Quadrante: le quali corde sono il doppio del seno della metà dell'arco: così la metà della corda di gradi 74, è il seno di gradi 37.

Date dunque due linee, la maggiore s'applichi in questa

linea

linea de'gradi all'interuallo 60.60, e s'intenderà diuisa in tante particelle, di quante è il raggio delle Tauole de' Seni, poi la linea minore delle date si vegga à qual interuallo precisamente cade nella stessa linea de' gradi dello Stromento, e prendasi la metà di detti gradi, il cui seno trouato nelle tauole si raddoppia, e si hà il numero corrispondente alle particelle contenute nella linea minore data: Come se delle due linee RT, RS, nella figura dell' antecedente questione 3. pag. 171. io cerco la proportione, applico la maggiore RT nella linea de'gradi all'interuallo 60. 60; poi veggendo, che la minore RS cade nell'interuallo di gr. 53 $\frac{1}{2}$, cerco nelle tauole il seno di gr. 26. m. 45. (che è la metà di detti gr. 53 $\frac{1}{2}$) e raddoppiato il numero di questo seno trouato, haurò il numero delle particelle corrispondenti alla linea RS, dando alla RT il numero del raggio delle tauole.

Che se le due linee date non fossero con notabil eccesso differenti, potria la minore applicarsi all'interuallo 60. 60, e poi vedere doue capisca la maggiore, e cercare come prima il seno della metà de'gradi, e raddoppiarlo; e queste saranno le particelle della linea maggiore, posta la minore col numero del raggio.

Mà se dato il numero del raggio alla minore, la linea maggiore fosse così grande, che eccedesse l' interuallo 90. 90. (come nella stessa figura applicata TS all'interuallo 60. 60, e cercandosi il numero delle particelle di TR) prendasi l'interuallo 90. 90; e leuisi dalla linea maggiore, quante volte si può, e quante volte s'è preso, tante volte si pigli il doppio del seno di gr. 45, e sia TE vna volta il doppio del seno di gradi 45. Dipoi il restante della linea, cioè ER s'applichi nello Stromento alla linea de gradi, e cadendo nell'interuallo 54.

54, prendasi il seno di gr. 27, e si raddoppij, e questo s'aggiunga al doppio del seno di gr. 45 già preso, e così s'haurà il numero delle particelle della linea TR corrispondenti alle parti del raggio assegnate alla linea minore TS.

QVESTIONE QVINTA.

Trouar in piccoli numeri i seni de' gradi del quadrante.

ALcuna volta conuien operare senza hauer le tauole de' Seni, e pur si vuole risoluer il triangolo non così mecanicamente, come s'è detto nella Quest. 3. di questo Capo; & in tal caso potiamo seruirci dello Stromento per trouar i Seni de gl'angoli. E perche nello Stromento sono segnate le corde de gl'archi, già si vede, che volendo il seno d'vn'agolo, conuien prendere la corda d'vn'arco doppio; così per trouar il seno dell'angolo di gr. 37, si deue prendere la corda dell'arco di gr. 74.

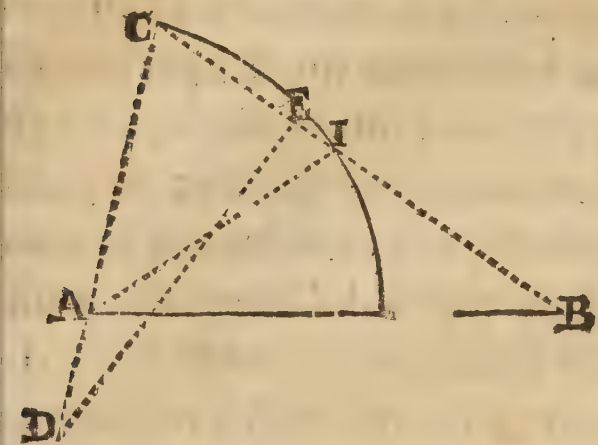
Primieramente dunque allargato ad arbitrio lo Stromento, con vn Compasso prendo l'interuallo 60. 60 nella linea de' gradi, e questo è il raggio. Poi ritenuta la stessa apertura dello Stromento, con vn'altro Compasso prendo l'interuallo dell'arco doppio dell'angolo, il cui seno si desidera, e volendosi il seno di gr. 37, prendo l'interuallo 74. 74. Fatto questo, ritenuta l'apertura de' due Compassi, applico nella linea Aritmetica l'apertura del Compasso, che dà il raggio alli punti 50. 50 (intendendosi ciascuno diuiso in due, onde è come se il raggio fosse 100) e l'altro Compasso con la sua apertura applico nella stessa linea Aritmetica, e cade nelli punti 60. 60; il che mostra, che la corda di gr. 74 è di parti 120 di quel-

le, delle quali il raggio è 100; e per conseguenza il seno di gr. 37. è particelle 60. L'istessa forma si tiene per trouare qualsiuoglia altro seno.

Qui però conuien'osseruare, che essendo nello Stromento fatta la diuisione delle corde solo per il quadrante, non si potrà trouar' il seno, se non di gr. 45. nel modo detto; doue che se nello Stromento fossero le corde per tutto il semicircolo, come si può fare nelli Stromenti, che sono assai lunghi, con questo metodo si trouerebbono li seni di tutti i gradi del quadrante. Ma non hauendosi se non le corde del quadrante nello Stromento, in occasione, che il doppio dell'angolo, il cui seno si cerca, eccedesse li gr. 90, cerchisi il seno del complemento dell'angolo dato, e questo moltiplicato in se stesso, si caui dal 1000) quadrato del raggio; poiche il restante è il quadrato del seno, che si cerca. Per essempio, desidero il seno di gr. 50: quest'arco raddoppiato è gr. 100, i quali non sono nello Stromento. Cerco dunque nel modo detto di sopra il seno del complemento, cioè di gr. 40, prendendo la corda di gr. 80. la quale trouo di particelle 129; onde il seno di gr. 40 è $64\frac{1}{2}$: il cui quadrato 4160, leuato dal 10000 quadrato del raggio 100, lascia 5840, la cui radice quadrata 76 è il seno cercato di gr. 50, le quali cose son manifeste, per la dottrina de' seni, essendo che il quadrato del raggio è vguale alli quadrati de' seni di due angoli, che insieme fanno gr. 90.

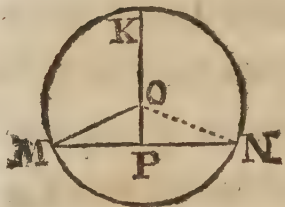
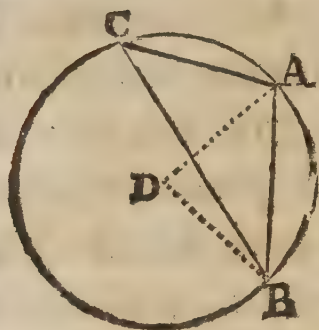
Aggiongasi quì, che molte volte potrà oprarsi con la corda dell'arco doppio così bene, come col seno dell'angolo dato, poiche hanno tra di loro la stessa proportione le parti, & i moltiplici: ne meno sarà necessario prendere il raggio, ma basterà nella linea de' gradi prendere le corde de gl'archi doppij, e poi trasferitele à gl'interualli della linea Aritmetica, si

cono-

conoſcerà la loro proportione, e s'operarà, come ſe s'haueſſero li ſeni de gl'angoli. Sia per eſſempio il triangolo AIB, di cui ſono dati gl'angoli IAB gr. 32, IBA gr. 35, & il lato AI piedi 56: cerchiſi la quantità del lato IB. Ora perche i lati, & i ſeni de gl'angoli oppoſti ſono proportionali, e le corde de gl'archi doppij ſono proportionali alli ſeni delle loro metà, anche i lati del triangolo, e le corde de gl'archi doppij de gl'angoli dati, ſono tra di loro proportionali. Prendo dunque nella linea de' gradi le corde de gl'archi 70, e 64, e trapoitata nella linea Aritmetica la corda di gr. 70 all'interuallo 100. 100, trouo, che la corda di gr. 64 cade all'interuallo $91\frac{1}{2}$, $91\frac{1}{2}$. Dunque oprando, come ſe queſti foſſero li ſeni de gl'angoli dati, dico, come 100 à $91\frac{1}{2}$, così AI piedi 56 à IB piedi $51\frac{1}{48}$.

QVESTIONE SESTA.

Data vna linea corda d'vn arco di determniata quantità, come ſi troui il ſuo circolo.

SIa dato vn triangolo ABC, e ſia il lato AB oppoſto ad ad vn'angolo di gr. 42, e voglia deſcriuerſi vn circolo intorno ad vn tal triangolo. E dunque manifeſto, che la data linea del triangolo inſcritto nel circolo è corda d'vn'arco doppio dell'angolo oppoſto, che è angolo alla circonferen-

za di cui è doppio l'angolo al centro, per la 20, del libro 3. Dunque la data linea AB applico nella linea de'gradi dello Stromento all' interuallo 84. 84, e ritenuta quell'apertura di Stromento, prendo l'interuallo 60. 60; e questo è il semidiametro del circolo, in cui il triangolo dato si descriue. Per tanto con quell'apertura di Compasso dalli punti A, & B descriuo due archi occulti, che si tagliano in D, onde è il semidiametro AD, & è il punto D centro del circolo circoscritto al dato triangolo.

E così generalmente data vna linea, che sia corda d'vn' arco, quella s'applichi al numero de'gradi di detto arco; poi ritenuta quell'apertura di Stromento, si prenda l'interuallo 60.60, e questa sarà la quantità del semidiametro del circolo, in cui la data linea è corda dell'arco determinato.

Che se la linea data fosse corda d'vn'arco maggiore del quadrante, allhora questa si diuide per mezzo con vna linea perpendicolare indefinita: poi ad vn'estremità di detta linea si faccia vn'angolo, che sia la metà del residuo sin' al semicircolo, cioè sin a gradi 180; poiche doue sarà tagliata la perpendicolare indefinita, iui sarà il centro del circolo, che si desidera. Così sia la linea MN corda di gr. 136, la quale non è nello Stromento, in cui solo son' i gradi del quadrante. Questa si diuida per mezzo in P, e sia la perpendicolar indefinita PK. Or il residuo da 136 sin à 180 è 44, la cui metà è gradi 22. Facciasi dunque nell'estremità M l'angolo PMO, come s'è detto nella prima Questione, di gr. 22: e la linea MO sarà il semidiametro del Circolo, il cui centro è il punto O, & in

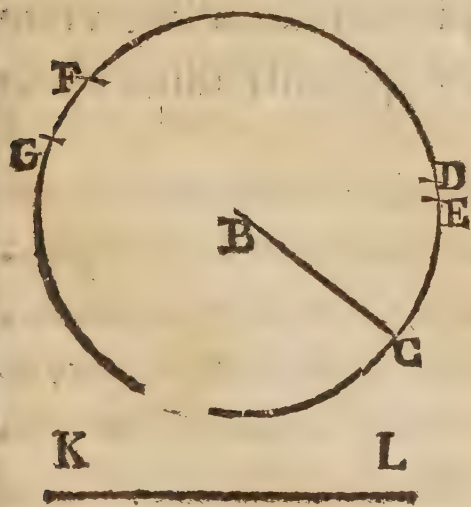
cui

cui la linea MN è corda di gr. 136. Il che è manifesto, perche se si tira la linea ON, li due triangoli OPM, OPN rettangoli in P hanno il lato OP commune, e li lati PM, PN vguali per la costruttione, dunque per la 4. del lib. 1. gl'angoli POM, PON sono vguali: l'angolo POM è complemento dell'angolo OMP di gr. 22, dunque POM è gr. 68. e per conseguenza anche PON è gr. 68; onde tutto l'angolo MON, cioè l'arco di cui MN è corda, è di gr. 136.

QVESTIONE SETTIMA.

Come si possa prendere qualsiuoglia parte determinata del circolo, e descriuere qualsiuoglia figura regolare.

SE il circolo è dato, e si desidera vna sua parte aliquota, diuidasi il numero de' gradi 360 per il denominatore della parte che si desidera, & il quotiente sarà il numero de' gradi, la corda de' quali applicata al circolo prenderà la parte cercata. Il che si fà applicando prima il semidiametro del circolo dato all'interuallo 60. 60 nella linea de' gradi nello

Stromento: e poi prendendo l'interuallo corrispondente al numero de' gradi trouati nel quotiente della diuisione.

Sia dato il circolo, il cui semidiametro BC; e si cerchi l'ottaua parte: Diuido 360 per 8, e vien il quotiente 45. Applico dunque nello Stromento nella linea de' gradi all'interuallo 60. 60 la linea

BC;

BC; e ritenuta quell'apertura, prendo l'interuallo 45.45, e queſto applicato al circolo dato in CD, queſta è l'ottaua parte di detto circolo; e così replicata diuiderà il circolo in otto parti vguali; e le linee tirate alli punti di dette diuiſioni deſcriueranno vn'ottangolo regolare. Così per deſcriuere vna figura di noue lati vguali, diuido 360 per 9, & il quotiente 40 moſtra, che deuo prendere la corda di gr. 40. & oprare come ſopra, e ſarà CE la nona parte del circolo.

Mà ſe la parte del circolo cercata non foſſe aliquota, facciaſi come il denominatore al numeratore della parte cercata, così gr. 360. ad vn'altro numero, e verrà il numero de' gradi competenti alla parte, che ſi deſidera. Così deſiderandoſi hauere d'vn circolo vn'arco, che ſia $\frac{5}{9}$, facciaſi come 9 à 5, così 360 à 200. Dunque deuono pigliarſi dal circolo dato gradi 200; i quali ſe bene non ſi puonno pigliare nello Stromento tutti inſieme, ad ogni modo ſi puonno pigliar per parti; onde eſſendo più del ſemicircolo, prolongato il ſemidiametro CB in F, ſarà CEDF gr. 180; e rimanendo gradi 20 fin'à 200, prendo gr. 20 nello Stromento allargato in 60.60, all'interuallo di BC, e ſono FG; e così tutto l'arco CDG è $\frac{5}{9}$ del circolo, cioè gr. 200. In ſomigliante maniera, per prender la terza parte del circolo, che è gr. 120, ſi prendono due volte 60, ò qualſiuoglia altri due numeri, che aggiunti inſieme facciano la ſteſſa ſomma di gr. 120.

Che ſe foſſe data vna linea, e conueniſſe farne vn poligono regolare, diuidanſi gr. 360 per il denominatore del poligono; alli gradi del quotiente s'applichi nello ſtromento la linea data, e ritenuta quell'apertura dello Stromento, prendaſi l'interuallo 60.60, e ſarà quello il ſemidiametro del circolo, a cui applicata la linea data, ſarà il lato del poligono, e

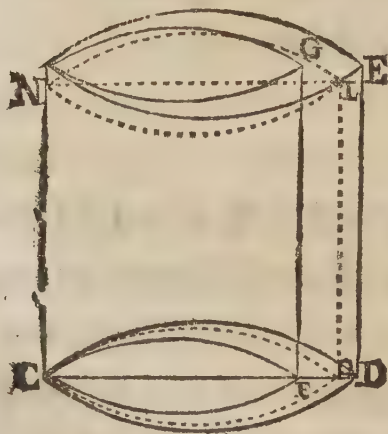
repli-

replicata formarà il detto poligono cercato. Sia data la linea KL, e si desideri vn pentagono regolare, di cui ella sia lato. Diuido 360 per 5 denominatore del poligono, & è il quotiente 72: perciò cerco il circolo, in cui KL sia corda di gradi 72 nel modo detto nella precedente Questione: il che faccio, applicando la linea KL all'interuallo 72. 72 nella linea de' gradi; e poi preso l'interuallo 60. 60, trouo esser' vguale alla linea BC; e di questa seruendomi, come di semidiametro, descriuo il circolo CDG, à cui applicata, e replicata la linea KL, formarà il pentagono.

QVESTIONE OTTAVA.

Dato il diametro d'vna sfera, come si troui la superficie sferica, e la solidità di qualsiuoglia segmento di detta sfera, conosciuto nella quantità de' gradi d'vn circolo massimo perpendicolare al piano della base di detto segmento.

SI come nel circolo altra cosa è il segmento, & altra il settore, poiche segmento è quello, che da vna linea retta, e parte della circonferenza si comprende, e settore è quello, che vien compreso da due linee rette vscite dal centro, e dalla circonferenza, che da dette linee rette vien' intercetta: Così parimente nella sfera segmento è quella parte solida, che si comprende da vn piano, che taglia la sfera, e dalla superficie sferica: doue che il settore è compreso da vna superficie conica, la cui cima è nel centro della sfera, e della superficie sferica, che vien tagliata dalla detta superficie conica. Quindi ciò che si comprende dal piano CTRH, e dalla superficie sfe-

rica CAR, ouero dalla ſuperficie sferica CBR, è ſegmento della sfera: mà il ſolido compreſo dalla ſuperficie conica CSR, e dalla ſuperficie sferica CAR, è ſettore della sfera.

Or per trouare la ſuperficie di tutta la sfera data, baſta prendere per ſemidiametro d'vn circolo tutto il diametro della sfera, poiche quel circolo ſarà vguale alla ſuperficie della sfera; eſſendo che la ſuperficie di qualſiuoglia sfera, come dimoſtra Archimede lib. 1. de Sphœr. & Cylindro, prop. 30, è quadrupla del circolo maſſimo di detta sfera; & il circolo, il cui diametro è doppio del diametro dell'iſteſſo circolo maſſimo, è quadruplo di detto circolo, per la 2. del lib. 12, e perciò il circolo, il cui raggio è vguale al diametro della sfera, è vguale alla ſuperficie di tutta la sfera, per la 7. del lib. 5. E perche il circolo è vguale al triangolo, li di cui lati poſti ad angolo retto, ſono il raggio, e la circonferenza (come nel lib. de dimenſ. circ. moſtra Archimede) e perciò al parallelogrammo rettangolo fatto dal raggio, e dalla ſemicirconferenza; per la 41 del lib. 1. d'Euclide; ne ſeguita, che il rettangolo fatto da tutto il diametro, e tutta la circonferenza ſarà quadruplo del circolo. Dunque dato il diametro della sfera, ſi conoſce la circonferenza, la quale è al diametro proſſimamente come 355 à 113; e moltiplicato il diametro per

la

la circonferenza del circolo massimo, s'haurà tutta la superficie della sfera. In questa maniera facilmente troueremo tutta la superficie della terra, il di cui giro nel libro, che intitolai, *Terra Machinis mota* differt. 2. n. 22. mostrai molto probabilmente essere di passi romani antichi 30598162. se questo giro moltiplicato per 113, diuideremo il prodotto per 355, poiche verrà il diametro della terra di passi romani antichi 9739696. moltiplicato dunque il giro per il diametro, si trouerà la superficie di tutta la terra essere di passi romani antichi quadrati 298016796038752, cioè miglia quadrate 298016796, e passi quadrati 38752.

Mà per trouare la superficie d'vn segmento di sfera, se si cerca la sola superficie sferica conosciuta ne'gradi del circolo massimo perpendicolare alla base di detto segmento, prendasi la metà del numero di detti gradi, & applicato nelle linee de'gradi nello Stromento il semidiametro della sfera, il qual è anche semidiametro del circolo massimo, all'interuallo de' gradi 60. 60, prendasi l'interuallo della metà di detti gradi, e questo sarà il semidiametro del circolo vguale alla superficie sferica cercata di detto segmento. Mà se si prenderà l'interuallo del numero intiero de'gradi dati, questo sarà tutto il diametro del circolo, che è la base del segmento. Il che è manifesto nella stessa figura, in cui al piano CHRT è perpendicolare, il circolo massimo BCAR, & il punto A e l'apice del segmento CAR, come il punto B è l'apice del segmento CBR: dunque per la prop. 36. del lib. 1. de Sphœra, & Cylind. d'Archimede, la linea AC è raggio del circolo vguale alla superficie sferica CAR, e per la prop. 37. la linea BC è raggio del circolo vguale alla superficie sferica CBR. Ora tanto la linea AC, quanto la BC, sottendono la metà de'gradi del cir-

colo maſſimo, che paſſa per detti ſegmenti. Doue che la CR, che ſottende tutto l'arco di detto circolo maſſimo, è il diametro del circolo, che è baſe delli ſegmenti.

E ſe vorremo trouar in numeri la ſuperficie sferica ſudetta, cerchiamo per eſſempio nella terra, quanta ſia la ſuperficie compreſa dal circolo polare, e ſia il polo A, nel meridiano BRAC ſia AC gr. $23\frac{1}{2}$. Apro lo Stromento ad arbitrio, e con vn Compaſſo preſo l'interuallo de'gradi 60. 60, con vn altro Compaſſo prendo l'interuallo $23\frac{1}{2}$. $23\frac{1}{2}$. Dipoi applicato l'vno, e l'altro Compaſſo nella linea Aritmetica, il primo all'interuallo 100. 100, e l'altro doue s'addata, trouo, che di quali parti il ſemidiametro è 100, & il diametro è 200, di tali quaſi 41 è AC ſottendente gr. $23\frac{1}{2}$. Dunque come 200 à 41, così il diametro della terra di paſſi 9739696, alla ſottendente di gr. $23\frac{1}{2}$, cioè paſſi 1996637. ſemidiametro del circolo vguale alla ſuperficie sferica CAR compreſa dal circolo Polare. Facciaſi per tanto come 113 à 355, così il ſemidiametro 1996637 alla ſemicirconferenza di detto circolo, che è paſſi 6272620; e moltiplicato il ſemidiametro per la ſemicirconferenza ſarà tutta l'area del circolo paſſi quadrati 12524145178940, e così la ſuperficie sferica compreſa nel circolo polare è miglia quadrate 12524145, e paſſi quadrati 178940.

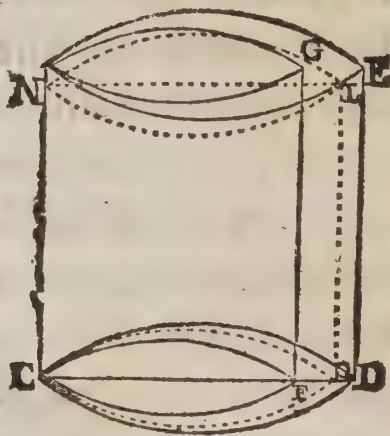
Trouata queſta ſuperficie sferica, ſi trouarà la ſolidità del ſettore SRAC, poiche queſta è vguale al cono, la cui baſe è vguale alla ſuperficie sferica, CAR, è l'altezza vguale al raggio della sfera AS, come inſegna Archimede lib. 1. de Spher. & Cylind. prop. 38. Dunque moltiplicata la baſe per la terza parte dell'altezza, s'haurà la ſolidità del cono vguale al ſettore. Si che la terza parte del raggio del globo della terra, eſ-

ſendo

ſendo paſſi 1623282 moltiplicata per la ſuperficie sferica trouata 125241451789940, dà la ſolidità di tutto il ſettore, miglia cubiche 20330219434. e paſſi ſolidi 360081080.

Finalmente per hauere la ſolidità del ſolo ſegmento CRA, ſi cerchi la ſolidità del cono CSR, trouando la ſubtenſa di tutto l'arco CAR, che è gradi 47. il che ſi fà applicando il ſemidiametro della sfera alli gr. 60.60, e poi preſo l'interuallo 47.47, e nella linea Aritmetica applicato il raggio della sfera al 100.100, la ſubtenſa di gr. 47, cioè CR è quaſi 80; e queſta come diametro darà la grandezza del circolo CT RH; e la SI ſeno del complemento della metà de'gradi dati, ſarà l'altezza del cono; la terza parte dunque di tal altezza moltiplicando la grandezza del circolo baſe del cono, dà la di lui ſolidità; la quale leuata dalla ſolidità del ſettore, laſcierà la ſolidità cercata del ſegmento CRA.

Vn'altra maniera vi ſarà per trouar la ſuperficie sferica di qualſiuoglia ſegmento, e delle zone, ſe faremo rifleſſione, che Archimede al manifeſto 9. doppo la prop. 31. del lib. 1. de Sphœra, & Cylindro, moſtra, che la ſuperficie del cilindro con le baſi è ſeſquialtera alla ſuperficie della sfera, il cui maſſimo circolo è vguale alla baſe di detto cilindro circoſcritto à detta sfera: onde ne ſegue, che detratte le baſi, reſta la ſuperficie cilindrica vguale alla ſuperficie sferica. Ora ſia alla sfera BRAC circoſcritto il cilindro IK, e con li piani OF, ZP paralleli ſia tagliata la sfera, & il cilindro. Come di ſopra ſi è detto, il circolo, di cui ſia raggio la linea AC, è vguale alla ſuperficie sferica CAR. Ma per la prop. 13. dello ſteſſo lib. d'Archimede, la linea media proportionale trà il lato, & il diametro della baſe del cilindro retto, è raggio d'vn circolo vguale alla ſuperficie cilindrica; dunque ſe la ſteſſa CA è me-

dia proportionale tra il lato del cilindro KF, & il diametro della base OF, sarà la superficie cilindrica KO vguale alla superficie sferica d'altezza vguale CAR. E che CA sia media proportionale trà KF, & OF, così è manifesto. OF è vguale ad IM, cioè à KM, cioè ad AB diametro del circolo, e tirata la BC, l'angolo BCA nel semicircolo è retto; e la CH è perpendicolare alla base BA, dunque, per l'8. del 6. CA è media tra BA, & AH, cioè tra OF, e KF.

Nella stessa maniera si mostra, che la superficie cilindrica KZ è vguale al circolo, di cui è raggio l'AD; & all'istesso circolo è vguale la superficie sferica DAE. Dunque leuata la cilindrica KO, e la sferica CAR vguali, rimane la cilindrica FZ vguale alla zona della sferica DCRE.

Sì che se la superficie sferica è di segmento, trouisi il seno verso della metà de' gradi dati, cioè AH, e questo si moltiplichi per il giro del circolo massimo della sfera: e se la superficie sferica è d'vna zona, prendasi la differenza de' seni versi de' due gradi estremi della larghezza di detta zona, cioè HV, e si moltiplichi per l'istesso giro del circolo massimo della sfera, e s'haurà la superficie, così sferica CRED, come cilindrica FZ corrispondente. Mà se nelle linee Geometriche applicarai le due linee *AC*; *AD*, e per

la

la Queſt. 6. del Capo 3. trouerai il raggio del circolo vguale alla differenza de'circoli di dette due linee AC, AD, haurai il circolo vguale alla zona CRED.

QVESTIONE NONA.

Data in gradi la circonferenza d'vn ſegmento di circolo, come ſi troui l'area di detto ſegmento.

ESſendo che per l'vltima del 6. d'Euclide li ſettori del circolo hanno tra di ſe la proportione de gl'archi, da' quali ſono compreſi, il ſettore à tutto il circolo hà la proportione del ſuo arco à tutta la circonferenza. Si che nella figura 24, ſe ſarà dato il circolo BRAC, & il ſegmento di circolo CRA, tirate dal centro le linee SC, SR, il ſettore SCAR à tutto il circolo, hà la proportione, che hà l'arco CAR à tutta la circonferenza. Quindi è, che conoſciuti li gradi dell'arco del ſegmento, ſe ſi fà come gr. 360, alli gradi conoſciuti del ſegmento, così l'area di tutto il circolo ad altro, verrà ad hauerſi l'area del ſettore SCAR: E ſe da queſto ſi leua il triangolo CSR (il quale ſi troua moltiplicando CI ſeno della metà de'gradi conoſciuti del ſegmento, per SI ſeno del complemento di di detta metà) rimane l'area del ſegmento CRA.

Dunque applicato il raggio del circolo dato all' interuallo de'gradi 60. 60. prendaſi l'interuallo congruente alli gradi dati del ſegmento: ouero ſe ſolo foſſe dato il ſegmento, per la Queſt. 6. di queſto Capo, ſi troui il raggio del ſuo circolo. Et applicati queſti due interualli (cioè il raggio del circolo, e la corda del ſegmento) nelle linee Aritmetiche ſi troui la lor proportione, e della CR già conoſciuta in numeri ſi prenda

la

la metà CI. Quindi per la Queſt. 5. ſi troui il ſeno del complemento della metà de'gradi dati, cioè la SI, e queſto moltiplicato per CI darà la quantità del triangolo da leuarſi dal ſettore, acciò reſti l'area del ſegmento.

Sia dato il ſegmento, il cui arco ſia di gr. 47. Se il diametro è 100000, e la circonferenza 314159, l'area del circolo fatta dalla metà del diametro, e dalla metà della circonferenza è di particelle quadrate 7853975000. Dunque come gr. 360 à gr. 47, così 7853975000 all'area del ſettore di gr. 47, cioè à 1025380069. Quindi aperto lo Stromento, e preſi gl'interualli 47. 47, e 60. 60, trouo che di quali parti 50 è il raggio di tali quaſi 40 è la ſubtenſa di gr. 47. dunque la metà è parti quaſi 20. E perche la metà de'gr. 47 è $23\frac{1}{2}$, il cui complemento è gr. $66\frac{1}{2}$ trouo con aprire di nuouo lo Stromento, come prima, che il ſeno di gr. $66\frac{1}{2}$ è di parti 45, delle quali il raggio è 50. Ora perche il diametro ſi poſe 100000 il raggio non è 50; ma 50000, e così alli numeri trouati con lo Stromento aggiongo trè zeri; onde moltiplco 20000 per 45000, e ſi produce l'area nel triangolo 900000000, che leuata dal ſettore trouato 1025380069 laſcia per area del ſegmento dato 125380069.

Di quì ſi vede ciò, che debba farſi, quando il ſegmento dato è maggiore del ſemicircolo, come il ſegmento CRB: poiche operandoſi, come prima, ſi troua da principio tutto il ſettore SCBR: e poi trouata l'area del triangolo CSR, queſta non ſi leua dal ſettore trouato; mà ſe gl'aggionge per hauer tutto il ſegmento CRB.

E ſe ſarà vna parte di circolo compreſa da due linee parallele, trouiſi la quantità de'due ſegmenti, che eſſe fanno, e la differenza di detti ſegmenti, è l'area dello ſpatio compre-

ſo

ſo dalle due linee parallele, e da gl'archi trà eſſe intercetti, come è manifeſto.

CAPO VII.

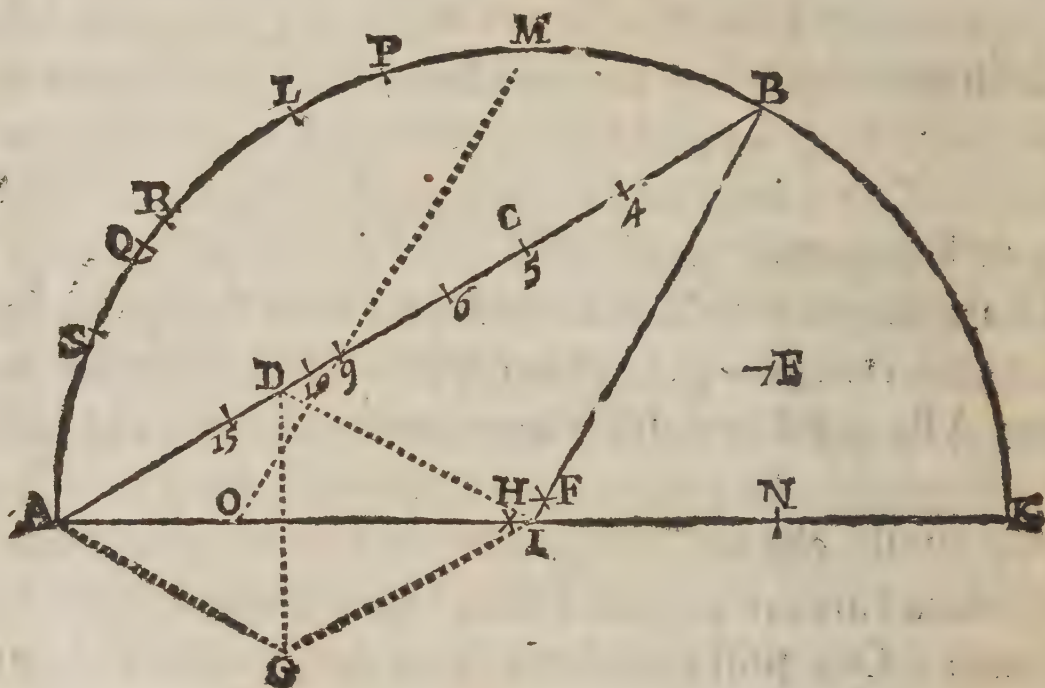
Come nello Stromento s' habbiano à ſegnare i lati delle figure regolari; vſo di queſta linea de' Poligoni.

DA quello, che s'è detto nella Queſt. 7. del Capo precedente, doue habbiamo inſegnato il modo di trouauare il lato di qualſiuoglia figura regolare, non pare neceſſario deſcriuere nello Stromento i lati delle figure regolari, che puonno deſcriuerſi nello ſteſſo circolo, ad ogni modo per la breuità dell'operare, ſarà vtile porre nello Stromento queſta linea de'Poligoni.

Tirate dunque ne' lati dello Stromento le due linee AR, AT, acciò rieſcano più diſtinte le diuiſioni, prendaſi tutta la linea AR, per il lato del triangolo equilatero, che può deſcriuerſi nel circolo: poiche come queſta figura è la minore di tutte quelle, che nello ſteſſo circolo puonno deſcriuerſi, ſe ſi conſidera l'area, e capacità ſua, così il ſuo lato è il maggiore di tutti. Ora poſta la detta linea AR, per lato del triangolo, è manifeſto, ch'ella è corda della terza parte del circolo, cioè di gr. 120. Conuien dunque trouar il ſemidiametro del ſuo circolo: il quale ſe non ſi troua nel modo detto nella Queſtione 6. del Capo precedente, può trouarſi nel modo ſeguente.

Sia la linea AB lato del triangolo, e corda di gr. 120; dunque dal centro del circolo tirati li ſemidiametri, faranno gli angoli alla baſe vguali di gr. 30 per ciaſcuno. E per far ciò, pren-

prendo nell'estremità della data linea due parti vguali tra di loro BC, AD, & allo stesso interuallo dalli punti B, & C descriuo due archi occulti, che si segano in E; e similmente dalli punti C, & E descriuo due altri archi occulti, che si tagliano in F. Nella stessa maniera opero dalli punti A, & D allo stesso interuallo descriuendo due archi, che si tagliano in G: e dalli punti G, & D due altri, che si segano in H. Poscia dal punto B per F, & dal punto A per H, tiro due linee, che si incontrano in I, e dico, che I è il centro del circolo, e l'ango-

lo AIB, è di gr. 120. essendo, che li due angoli ABI, BAI sono ciascuno di gradi 30. Il che così si rende manifesto. Tirinsi le linee AG, GD, DH, HG, e perche per la costruttione gl'archi occulti tutti sono stati descritti allo stesso interuallo, li due triangoli ADG, DHG sono equilateri, e tra di loro vguali; dunque l'angolo DAG è di gradi 60, come anche

tutti

Capo VII. Pag. 192.

tutti gl'altri. Or essendo ne' triangoli ADH, AGH li due lati AD, DH vguali alli due lati AG, GH, e la base AH commune, per l'8. del lib. 1. gl'angoli DAH, GAH sono vguali; dunque l'angolo DAH è gr. 30. E la stessa forma di dimostrare saria per prouare, che CBF sia di gr. 30. Dunque essendo vguali li due angoli BAI, ABI, anche i lati IA, IB sono vguali: Dunque fatto centro in I all'interuallo IB si descriua il circolo, e l'arco opposto all'angolo AIB sarà gr. 120; il che si renderà manifesto se dal punto A applicato il semidiametro alla circonferenza diuiderà in L precisamente per metà, in modo, che AL; LB siano vguali, e prolongata la AI in K, si che sia diametro del circolo, riuscirà parimenti BK vguale à BL, & LA.

Trouato il lato dell'essagono, che è la corda dell'arco AL, la quale nella linea AB traportata è *A* 6, si cerca il lato del quadrato nello stesso circolo: il che si fà diuidendo per mezzo l'arco LB, ouero dal centro I, tirando vna perpendicolare al diametro AK, e cade in M, si che AM traportata nella linea data AB, sia A 4 lato del quadrato.

Per hauer il lato del pentagono, diuidasi, come insegna Ptolomeo nel lib. 1. dell'Almagesto, per mezzo il semidiametro IK, nel punto N, e dal punto N all'interuallo NM, si descriua vn'arco occulto, che taglia il diametro in O; poiche dal punto O, tirata la linea OM, questa è il lato del pentagono da applicarsi all'arco AP, e nella linea AB sarà A 5. E per conseguenza OI è il lato della figura di dieci angoli applicata all'arco AQ, e nella linea Ab sarà A 10.

Per il lato della figura di sette lati non v'è forma propriamente Geometrica; ma tentando si può trouare, ò la settima parte di tutto il circolo, e quest'arco darà la corda, che sarà

lato dell'eptagono, ouero la settima parte del semicircolo, e due di queste saranno la settima di tutto il circolo.

Or hauendo gl'archi, che sono la 4. 5. 6. 7. 10. parte del circolo, diuidendoli per mezzo, e subdiuidendoli hauremo la 8. 16. 12. 14. 20. parte del circolo con la sua corda da segnarsi nella linea A B. Per trouare la 9 parte, si può diuider in 3 parti l'arco ALB, e la terza parte sia AR, quale perciò sarà la 9 di tutto il circolo. E questa diuisa per mezzo darà la 18.

Mà per la decimaquinta parte, si prenderà l'arco AP, che è la quinta, e l'arco AB, che è la terza parte del circolo, e la loro differenza PB diuisa per mezzo s'applichi all'arco AS, che questa sarà la 15 parte di tutto il circolo, come consta dalla 16. del lib. 4.

Si che non restano, che la 11. 13. 17. 19. parte del circolo, la quale non si troua, che mecanicamente tentando con la replicatione del Compasso. Il che se bene è di qualche noia nella fabrica dello Stromento, ad ogni modo apporta poi facilità per sempre nell'altre occasioni: e la prattica di tal diuisione non riesce tanto scommoda, quando il circolo è così grande, che la corda della terza parte sia vguale alla linea dello Stromento, e di tal grandezza deue intendersi la linea AB della presente figura, se bene s'è fatta quì assai più piccola.

Che se bene quando lo Stromento è assai lungo, vi si puonno commodamente notare li lati delle figure anche di più angoli, nulladimeno ne' mediocri basterà sin alla figura di 20 angoli, come s'è fatto nella figura 27.

Mà se questa forma d'oprare sin'ora accennata, non piacesse come troppo operosa, potremo hauere l'istesso intento

con

con l'aiuto della tauola de' seni, e della linea aritmetica dello Stromento; essendo che in tal modo hauremo, quanto basterà, per le operationi Fisiche. Ora primieramente diuidasi il circolo, cioè gr. 360. per il numero de' lati della figura, e s'haurà la quantità de' gradi, che toccano à ciascun lato. Dipoi questo numero de' gradi trouati diuidasi per metà, e di questa metà si cerchi il seno nelle tauole, come si vede fatto nella seguente tauoletta, in cui nella prima colonna sono i numeri de' lati delle figure regolari; nella seconda sono i gradi de gl'archi, che toccano à ciascun lato di ciascuna figura.

Proportione de' lati de' Poligoni descritti nello stesso circolo, e numero de' gradi, che prende ciascun lato di dette figure.

Fig.	Arco	Metà	Seno	Fig.	Arco	Metà	Seno
1	G. M.	G. M.		11	32 43	16 21	281
2				12	30	15	258
3	120	60	866	13	27 41	13 50	239
4	90	45	707	14	25 42	12 51	222
5	72	36	587	15	24	12	204
6	60	30	500	16	22 30	11 15	195
7	51 25	25 42	433	17	21 10	10 35	183
8	45	22 30	382	18	20	10	173
9	40	20	342	19	18 54	9 27	164
10	36	18	309	20	18	9	156

nella terza la metà di detti gradi, e nella quarta il seno di ciascuna. Ciò fatto tirisi sopra vn piano vna linea retta vguale

le alla linea AR, ouero AT dello Stromento nella figura 27, e presa col Compasso la lunghezza di tal linea, s'applichi nella linea Aritmetica dello Stromento all'interuallo 86½, 86½, poiche douendo quella esser corda di gr. 120, il seno di gradi 60 è 866. E ritenuto lo Stromento in quell'apertura, prendasi il seno 707, all'interuallo 70½. 70½ per il lato del quadrato, e questo si segni nella linea tirata, che rappresenta la linea dello Stromento AR. E così di mano in mano conforme alla quantità de'seni notati: perche se bene questi sono seni della metà de gl'archi, sono metà delle corde, e queste hanno tra loro la medesima proportione, che detti seni.

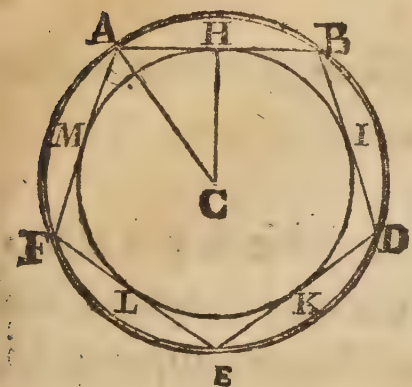
Finita, che sia nella linea tirata questa diuisione, si traporta sù le linee AR, AT dello Stromento, il quale hauendo le linee laterali diuise nella proportione de' lati delle figure regolari rispetto al medesimo circolo, in cui capiscano, è manifesto, che anche gl'interualli hauranno simile proportione, come più volte s'è dimostrato.

QVESTIONE PRIMA.

Come data vna linea si possa farne vna figura Regolare, qual più piace, ò descriuere l'angolo d'vna figura Regolare, di quelle, che son segnate nello Stromento.

SIa data vna linea AB nella figura 35, e di essa voglia farsi vna figura di cinque lati vguali. Questa s'applichi nella linea de'poligoni AR, AT dello Stromento, all'interuallo 5. 5: e perche il lato dell'assagono è vguale al semidiametro del circolo, in cui hà da formarsi il cercato pentagono, ritenuta quell'apertura dello Stromento, prendasi l'interuallo 6.6, e

con

con tal'interuallo dall'eſtremità A, & B della linea data ſi deſcriuano due archetti, che ſi tagliano in C, e con quello ſteſſo interuallo dal centro C ſi deſcriua il circolo ABDEF, nel quale replicata la linea AB, s'haurà il pentagono cercato.

Che ſe ſolo ſi cercaſſe di far'vn' angolo del Pentagono all'eſtremità A della linea data, trouato come prima il centro C, baſterà deſcriuere occultamente l'arco AF, & ad eſſo applicare la linea AB, ſiche ſia la retta AF, e ſarà fatto l'angolo BAF del pentagono. Il che è vn pran compendio d'operare per chi hà da far in grande il diſſegno d'vna fortezza regolare.

Quindi è, che ſe la linea data foſſe molto grande, in modo, che non ſi poteſſe prender tutta col Compaſſo, ò non capiſſe nell'interuallo dello Stromento, baſterà ſolo pigliarne vna parte nell'eſtremità, qualunque ella ſia ad arbitrio, ò ſia aliquota, ò nò, e con quella far l'angolo deſiderato del poligono, nel modo che s'è detto: perche allongata poi queſta linea tirata per far l'angolo, ſinche ſia tanto quanto la prima, fatto nella ſua eſtremità vn angolo vguale al già trouato, e così di mano in mano verrà à compirſi la figura bramata. Come per eſſempio, ſe c'imaginiamo la linea AB prolongata alla lunghezza di quattro palmi, queſta non può tutta capire nello Stromento: perciò ne prendo ſolo la parte AB, e come ſe con quella ſola doueſſi operare, quella applico nello Stromento, & opero come s'è detto: poiche prolongata poi AF tanto ch'anch'ella ſia di quattro palmi, nella ſua eſtremità faccio vn'altr'angolo vguale all'angolo BAF, e così di mano in mano ſin che ſia compita la figura.

QVE-

QVESTIONE SECONDA.

Data vna figura regolare, come se le possa circoscriuere, ò inscriuer' vn circolo.

PEr la circoscrittione del circolo non si richiede più che trouar'il centro della figura regolare data: la quale se hà numero pari di lati, come 6, 8, &c. basta dalli due angoli opposti tirar'vna diagonale, e da altri due angoli opposti vn' altra diagonale, la quale diuiderà per mezzo la prima, & il punto dell'intersettione è il centro della figura; e l'interuallo dal detto punto sin'ad vno de gl'angoli è il semidiametro del circolo, che si circoscriue alla figura.

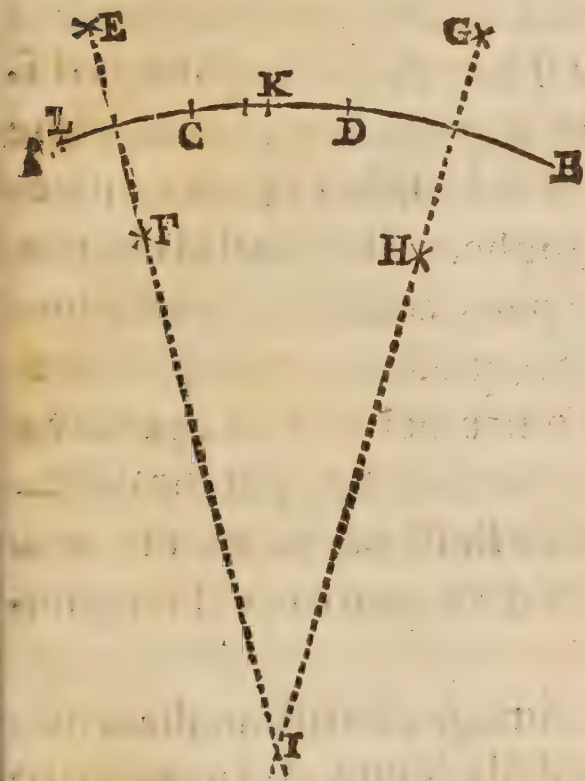
Mà se la data figura è di numero disuguale di lati, conuien' applicar'il lato di detta figura nella linea de'poligoni nello Stromento all'interuallo corrispondente alla figura (così se è vn pentagono s'applica all'interuallo 5. 5.) e poi preso l'interuallo 6. 6, descriuere, come nella Questione precedente, due archi occulti, che si tagliano in C; e questo è il centro della figura, & all'interuallo CA se le circoscriue il circolo ABDF.

Per iscriuere poi il circolo, basta, trouato come prima il centro della data figura, diuider per mezzo vno de'lati, come AB in H, e dal centro C all'interuallo CH descriuer' il circolo HIKLM, il quale sarà inscritto alla detta figura, poiche tutti i lati di essa lo toccano; come facilmente si può dimostrare dalle cose, che dice Euclide nel lib. 4. in somigliante proposito.

QVE-

QVESTIONE TERZA.

Dato vn' arco, come si possa facilmente trouare in esso la quantità d'vn grado, & altre parti del circolo non segnate nella linea de' poligoni.

SE bene questo problema facilmente si mette in prattica con la linea de' gradi dello Stromento, nondimeno conuien pratticarlo con questa linea de' poligoni, perche questa prattica darà lume per varie diuisioni assai minute anche di linee rette.

Sia dato l'arco AB, di cui si desidera sapere, quanto sia grande la quantità d'vn grado. Cerchisi, per la 25. del lib. 3. il centro di tal'arco; il che breuemente si fà prendendo ad arbitrio AC, e dalli punti A, & C descritti occultamente à qualsiuoglia interuallo due archi, che si tagliano in E, & F, per li punti E, & F si tiri vna linea retta indefinita, e lo stesso facciasi prendendo ad arbitrio BD, e per li punti delle interſettioni de gl'archi occulti G, & H similmente si tiri vna linea retta indefinita; la quale taglierà la prima nel punto I; questo è il centro del circolo, di cui l'arco dato AB è parte.

Preso

Preſo dunque il ſemidiametro di tal circolo, cioè l'interuallo IA, ouero IB, l'applico nella linea de'poligoni alli punti 6.6, e ritengo queſta apertura dello Stromento.

Ora qui conuiene far rifleſſione à ciò, che oſſeruò Euclide nell'vltima propoſitione del libro 4. doue inſegnò à deſcriuere la figura di quindici lati, col beneficio de' lati del triangolo, e del pentagono: & è, che moltiplicando inſieme li denominatori di due figure regolari, cioè i numeri de' loro lati, ſi hà il denominatore d'vn'altra nuoua figura; e la differenza de gl'archi corriſpondenti al lato di dette due figure contiene tante parti di queſta nuoua figura, quanta è la differenza de' numeri de'lati di quelle figure. Così il triangolo hà trè lati, il pentagono cinque, moltiplico 3, per 5, & hò 15; e perche la differenza di 3 à 5 è 2, perciò dall'iſteſſo punto del circolo applicato il lato del triangolo, & il lato del pentagono, la differenza de gl'archi corriſpondenti à queſti lati contiene due parti delle quindici del circolo. E ſe la differenza del numero de'lati delle figure ſia l'vnità, applicati i loro lati al circolo, reſtarà la differenza de gl'archi la parte competente alla nuoua figura: Così applicato il lato del quadrato, e del pentagono, la differenza è la venteſima parte del circolo, perche 4 moltiplicato per 5, fà 20. Il che è manifeſto, perche delle 20 parti vn quarto ne leua 5, e delle ſteſſe 20 vn quinto ne leua quattro; dunque la differenza d'vn quarto, e d'vn quinto è vna venteſima.

Suppoſta queſta dottrina veriſſima, e chiariſſima, hauendo noi nella linea de'poligoni il lato della figura di 20, & il lato della fig. di 18 lati, moltiplicando 20 per 18, habbiamo 360, che è il numero de'gradi di tutto il circolo; e perche la differenza tra 20, e 18 è 2, perciò preſo nello Stromento nella linea

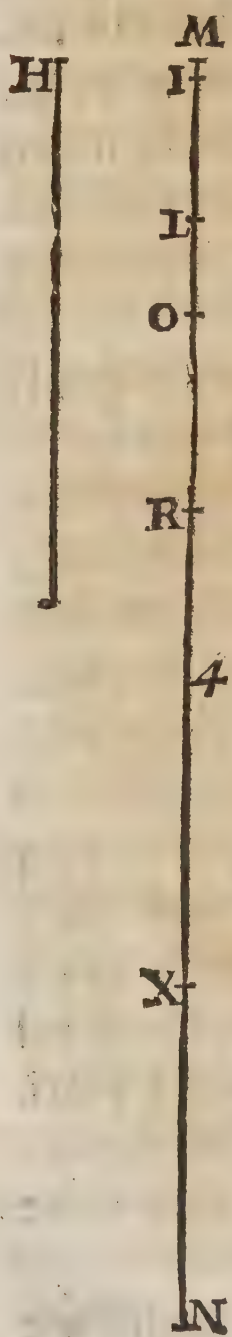
nea de'poligoni l'interuallo 18. 18, l'applico all'arco dato,& è AK: dipoi preso l'interuallo 20.20, l'applico nello stesso arco dal punto K, & è KL; onde resta AL due trecensessante-sime di circolo, e se AL si diuiderà per mezzo, hauremo il gra-do del circolo.

Che se prendessimo l'interuallo, che diuide il circolo in 20, e quello, che lo diuide in 19 parti, la differenza loro sarà $\frac{1}{380}$ del circolo, così per diuider il circolo in 63 parti, prendo due nu-meri, che moltiplicati facciano 63, e questi sono 7, e 9, la differenza de'quali è 2. Dunque applicato al circolo il lato della figura di sette, e quello di noue lati, la differenza sarà $\frac{2}{63}$ del circolo, e diuisa per mezzo, darà l'arco, la cui corda è ato della figura di 63 lati.

Di quì si vede, che hauendo noi nella linea de'poligoni i ati di diciotto figure, combinandole à due à due, si ponno fa-re 162 combinationi, e trouar'i lati di altre 162 figure, oltre e notate nello Stromento. Mà perche alcune differenze comprenderebbono numero disuguale di parti, saria assai dif-icile il trouarle, perciò meglio è seruirsi solo di quelli, che hanno ne'numeri la differenza, che è numero pari, e riceue subdiuisione. Come per essempio, se prendiamo il lato di 20, e quello di 13, la differenza sarà $\frac{7}{260}$ del circolo; e troppo difficile riuscirebbe diuidere in sette parti quella particella, che è la differenza de gl'archi: se pur non s'adoprasse negli archi l'industria, che nelle linee rette habbiamo mostrata nel Cap. 2. espressa doue vna ventesima si diuise in cinque parti. Mà se prendiamo il lato di 11, e quello di 19, la differenza sarà $\frac{8}{209}$, del circolo; la qual differenza diuisa, e due altre volte subdiuisa, finalmente resta $\frac{1}{209}$ del circolo.

Da queste cose quì dette si raccoglie vn modo facilissimo

per pigliar in vna retta linea data vna particella, che per altro ſaria difficile à trouare, quando il numero delle parti è numero compoſto: cioè trouando due numeri differenti tra di loro ſolamente per l'vnità, ouero per il binario, ò quaternario, i quali inſieme moltiplicati, facciano il numero, che denomina le parti.

Per eſſempio voglio vna ſettanteſima ſeconda della linea retta MN. Veggo, che il 72 ſi fà dalla moltiplicatione di 8 per 9, onde cauo, che la differenza dell'ottaua, e della nona parte di detta linea MN è la ſettanteſima ſeconda cercata. Applico dunque nella linea Aritmetica dello Stromento la linea M N al interuallo 80. 80, perche all' interuallo 10. 10, haurò l'ottaua parte, che ſarà ML. Dipoi l'iſteſſa MN applico all'interuallo 90. 90, & all'interuallo 10. 10, haurò la nona parte, la quale ſarà LI, e laſcierà la differenza IM $\frac{1}{72}$ di tutta la linea; perche delle 72 particelle vn' ottauo ne contiene 9, & vn nono ne contiene 8, dunque la differenza d'vn'ottauo, e d'vn nono è $\frac{1}{72}$.

E' vero, che ſi può fare più breuemente, e ſarà maniera commune anche quando la parte è denominata da vn numero primo; cioè ſi metta la linea data all'interuallo della denominatione delle parti, & all' apertura medeſima ſi prenda l'interuallo proſſimamente minore, poiche leuato queſto dalla linea data, il rimanente ſarà la parte cercata. Così poſta la MN all' interuallo 72. 72, prendaſi l'interuallo

uallo 71. 71, e sarà NI; dunque IM è vna settantesima seconda, come si cercaua. E di questa maniera conuerà operare, quando il numero della parte cercata cadesse nelli punti vicini al centro dello Stromento, che per il gruppo dello stesso Stromento, non vi si puonno prendere: onde conuiene prendere l'interuallo, che porta la differenza tra il Numeratore, & il Denominatore della parte cercata. Così se volessi $\frac{3}{72}$ della MN, veggo che la differenza tra il 3, e 72 è 69; perciò posta la MN alli punti 72. 72, prendo 69. 69, e leuato dalla MN quest'interuallo, il residuo sarebbe $\frac{3}{72}$.

Che se la linea data fosse piccola assai, come ML, e si vedesse diuidere in parti 9; perche saria scommodo l'applicarla allo Stromento, prolongo la linea ML tanto, che la replico otto volte sin ad N: dipoi applicata la MN all'ottuplo di parti 9, cioè al 72, prendo poi 71. 71, e sarà NI, onde restando IM $\frac{1}{72}$ di MN, sarà per consequenza $\frac{1}{9}$ di ML: e così potrà, se si vorà, continuar la diuisione di ML in tutte le sue none parti prendendosi 70. 70, e traportandolo dal punto N verso M, che lasciarà $\frac{2}{72}$, cioè $\frac{2}{9}$ di ML, &c.

QVESTIONE QVARTA.

Come si conosca la proportione de' lati delli poligoni descritti nello stesso circolo; e poi anche la proportione delli stessi poligoni.

DAlla tauoletta posta in questo Capo è manifesta la proportione de' lati de' poligoni; mà non si può sempre hauere questa tauoletta alla mano, come s'hà lo Stromento. Per conoscer dunque la proportione di detti lati conuiene vedere, se si vogliono con relatione al semidiametro, ò solo

tra di loro. Per essempio voglio sapere, che proportione habbia il lato del pentagono al lato del decagono. Posso considerarli assolutamente tra di loro senza riguardo del lato dell'essagono, che è vgual al semidiametro; ouero determinata la quantità delle particelle del semidiametro, considerare quante di quelle particelle contenga ciascuno di detti lati. Nel primo caso con due Compassi prendo gl'interualli 5. 5, e 10. 10, nella linea de' poligoni. Dipoi nella linea Aritmetica applico il lato del pentagono all'interuallo 100. 100, e trouando, che il lato del decagono cade nell'interuallo 52. 53, dico, che la loro proportione è come di 100 à $52\frac{1}{2}$. Mà volendosi la loro proportione in riguardo del lato dell' essagono, conuiene prendere trè misure, cioè oltre li due detti interualli pigliar'anche quello di 6. 6, e questo nella linea Aritmetica porre all'interuallo 100. 100, e così trouerassi la proportione del lato del pentagono à quello del decagono, come $58\frac{1}{2}$ à quasi 31.

Trouata la proportione de'lati di due figure, in riguardo al lato dell'essagono posto come 100, si trouerà la proportione di dette figure, cercando l'area d'vno de' triangoli di ciascuna, e poi moltiplicando quest'area, per il numero de'lati di ciascuna. L'area poi di ciascun triangolo si troua con la moltiplicatione della metà del lato per la perpendicolare, che in esso cade dal centro; cioè moltiplicando AH per CH, come si caua dalla 42. del lib. 1. Si troua poi la grandezza della perpendicolare CH, ò con lo Stromento applicando CA semidiametro nella linea Aritmetica

tica

tica all'interuallo 100. 100, ò dal quadrato della CA 100, cauando il quadrato della metà del lato conosciuto. Essendo dunque il lato del pentagono in riguardo del semidiametro del circolo, à cui è inscritto, come $58\frac{1}{2}$, la sua metà è $29\frac{1}{4}$, il cui quadrato è $855\frac{9}{16}$, il quale sottratto dal quadrato del semidiametro, resta il quadrato della CH, e la radice $95\frac{1}{2}$ in circa è la quantità della perpendicolare CH. Moltiplicato dunque CH $95\frac{1}{2}$ per HA $29\frac{1}{4}$, l'area d'vn triangolo quinta parte del pentagono è $2793\frac{1}{2}$, e questa moltiplicata per 5. numero de' lati per conseguenza de' triangoli del pentagono, sarà tutta l'area del pentagono 13976. Il che pure si saria trouato, se presa la metà del giro del pentagono (che è $292\frac{1}{2}$) cioè $146\frac{1}{4}$ si fosse moltiplicata per la perpendicolare $95\frac{1}{2}$, poiche saria venuta l'area del pentagono allo stesso modo 13967.

Ora per trouar l'area del decagono, il cui lato è quasi 31, & il mezzo giro 155, in circa, trouo la perpendicolare cauando dal quadrato del semidiametro, cioè da 10000, il quadrato della metà del lato $15\frac{1}{2}$, cioè 240, e restano 9760 quadrato della perpendicolare, quale perciò è $98\frac{3}{4}$. Moltiplicato dunque 155 per $98\frac{3}{4}$, si produce l'area del decagono 15306. Dal che conchiudo, che il pentagono, & il decagono descritti nello stesso circolo sono come 13967, e 15306, & in minori termini, poiche li numeri non son tanto precisi, come 14 à 15. E nella stessa forma si procederà nella comparatione dell'altre figure, doue si vedrà, che quanto minore è il lato, tanto più và crescendo l'area.

QVESTIONE QVINTA.

Dato vn poligono regolare, trouarne vn'altro à lui vguale.

SE ſarà data vna figura regolare, & vn'altra diuerſa ſe n deſideri à lei vguale, primieramente per la Queſtione antecedente ſi troui la proportione di tali figure nello ſteſſ circolo, come ſe ſia dato vn pentagono, e ſi voglia vn deca gono à lui vguale, ſi troua, che il pentagono al decagono nel lo ſteſſo circolo è come 14 à 15. Dipoi il lato della data figu ra s'applichi nelle linee de'poligoni all'interuallo conuenien te, come nel caſo noſtro all'interuallo 5.5, e ſi prenda l'inter uallo della ſpecie della figura, che ſi cerca, come quì è il de cagono, e ſarà 10. 10. Finalmente perche il decagono è co me 15, al pentagono, che è come 14; nelle linee Geometri che all'interuallo 15. 15, applico queſto lato trouato del de cagono; e preſo l'internallo 14. 14, ſarà il lato d'vn decago no, che è al decagono inſcritto nello ſteſſo circolo col penta gono dato, come 14 à 15, cioè come il pentagono dato al decagono nello ſteſſo circolo: Dunque queſt' vltimo inter uallo preſo è il lato del decagono vguale al dato pentagono; poiche così il decagono di queſto lato, come il pentagono dato hanno la ſteſſa proportione di 14 à 15 al decagono nel lo ſteſſo circolo con la figura data, per la 7 del 5.

CA-

CAPO VIII.

In qual maniera s' habbia à segnare nello Stromento la linea d' vgualianza tra piani regolari dissomiglianti: & vso di questa linea trasformatoria.

COnuien talhora cangiar' vna figura piana in vn'altra di specie differente, e se bene di ciò s'è parlato nel Capo antecedente alla Quest. 1. nientedimeno per farlo più presto, e con facilità, si può nel nostro Stromento segnar' il lato di ciascuna figura. E perche le figure Irregolari non hanno alcuna determinatione, potendo esser molto varia la loro irregolarità, perciò solamente si considerano le regolari, poiche conosciuto vn lato, tutti gl'altri son noti, essendo tra di se vguali.

Primieramente fà di mestieri conoscere la proportione de' lati delle figure dissomiglianti, ma secondo l'area, ò superficie tra di se vguali. E perche tutte le figure regolari puonno concepirsi, come descritte nel circolo; dal cui centro tirate à ciascun' angolo linee rette, l'area si diuide in tanti triangoli vguali, quanti sono i lati di ciascuna di dette figure, perciò basterà trouar la base d'vno di detti triangoli. Onde nota, che sia l'area d'vna figura, questa si diuiderà in tante parti, quanti sono i lati della figura, che si desidera, e questo quotiente sarà l'area del triangolo, che è tal parte di detta figura. Del qual triangolo isoscele essendo conosciuta l'area, e la proportione de'lati (poiche per il Capo antecedente si conosce la proportione del lato della figura al semidiametro del circolo, in cui è descritta, ò almeno si può cauare dalle tauole de'seni) si troua la grandezza della base. Dun-

Dunque ſuppoſto il lato del triangolo equilatero eſſer 1000, trouo la ſua area nel modo commune à tutti li triangoli, cioè dalla metà del giro di tutto il triangolo ſottraendo ciaſcuno de'lati, e moltiplicate inſieme le trè differenze, e queſto prodotto moltiplicato per la detta metà del giro, cauo la radice quadrata, che ſarà l'area cercata. Perciò eſſendo vn lato 1000, tutto il giro è 3000, e la metà 1500; dunque le trè differenze ſono 500, 500, 500, le quali moltiplicate inſieme, fanno 125000000, e queſto prodotto moltiplicato per 1500 metà del giro del triangolo, dà 187500000000; la cui radice quadrata è 433012 area del dato triangolo equilatero.

Ora volendoſi il lato d'vn quadrato vguale al dato triangolo, prendo la quarta parte dell'area trouata del triangolo, & è 108253, e queſta è l'area del triangolo, che è la quarta parte del quadrato vguale al dato triangolo. Et in queſto piccolo triangolo, quarta parte del quadrato li lati poſti, come 1000, la baſe è 1414 ℞ 2000000. Dunque perche li triangoli ſimili ſono nella proportione duplicata de'lati, cioè le lor'aree ſono come li quadrati de'lati homologi, per la 19. del lib. 6, trouata l'area corriſpondente à queſti trè lati ne'termini della proportione conoſciuta, ſe ſi farà come l'area trouata all'area conoſciuta 108253, così il quadrato della baſe 1414 ad vn'altro verrà il quadrato della baſe, che ſi cerca. Quindi è, che data la proportione de'lati del triangolo 1000, 1000, 1414, ſi troua l'area *499999*: e così come queſta à 108253, così il quadrato della baſe, che è 2000000 (ouero *1999396* ſe ſi prende per baſe 1414 preciſamente) à 433012, quadrato della vera baſe, che ſi cerca; quale perciò ſarà 658 ✠, e tale ſarà il lato del quadrato vguale al dato triangolo.

Con

Con l'istesso metodo si trouano i lati del pentagono, essagono, & altri vguali al dato triangolo, cioè prendendo per il pentagono la quinta parte dell'area del triangolo equilatero posto, per l'Eptagono la settima parte, &c. E poi conosciuta la proportione del lato di ciascuna figura al semidiametro del circolo, in cui ella può descriuersi, si troua l'area di questo triangolo isoscele; e finalmente facendosi, come la quinta, ò settima, &c. parte del triangolo equilatero posto, à quest'area vltimamente trouata, così il quadrato del lato del pentagono, ò eptagono, &c. al quadrato del lato vero cercato; onde la radice di quest'vltimo quadrato sarà il lato, che si cerca: e così si sono trouati i lati d'alcune figure regolari, come nell' annessa Tauoletta si troua notato. E con questa proportione

Lati di figure regolari tra di loro vguali.			
Triangolo	1000.	Ottangolo	299 ✠
Circolo	742 ✠	Nonangolo	264 ✠
Quadrato	658 ✠	Decangolo	237 ✠
Pentagono	502 ---	Vndecangolo	214 ✠
Essagono	408 ✠	Dodecangolo	197 ---
Eptagono	342 ---		

si diuidono le linee AN, AV nella fig. dello Stromento pag. 164. pigliando tutta la AN per 1000 lato del triangolo, il quale si segna con la nota △ per contradistinguerlo dal 3, che si segna nell'altra linea, in cui sono le parti del circolo, e chiamiamo linea de' poligoni. Così per il pentagono si prende A 5 di pati 502-- di quelle, delle quali tutta la AN è 1000; e nello stesso modo dell'altre tutte.

Col medesimo metodo approuarei, che nella stessa linea si segnasse il Diametro del circolo vguale all'istesso triangolo, la cui area è di parti 433012 quadrate. Perche il circolo è vguale al triangolo rettangolo fatto dal semidiametro, e dalla circonferenza, e perciò vguale al Rettangolo sotto il semidiametro, e la semicirconferenza, onde questi lati hanno la proportione medesima del diametro alla circonferenza, cioè di 113 à 355; perciò moltiplicato 355 per 113 l'area del circolo sarà 40115. Siche habbiamo due aree di circoli, vna di 40115, l'altra di 433012; e perche sono i circoli come i quadrati del diametro, prendasi il quadrato del diametro 226, cioè 51076, e facciasi, come il circolo 40115 al circolo 433012, così il quadrato 51076 al quadro 55132 28: la cui radice quadrata 742 ✠ è la quantità del diametro del circolo, che dourà prendersi dal punto A, e verrà à cadere tra'l quadrato, & il Triangolo, e si potrà segnare ò con la figura circolare ⊖, ouero con le lettere Dia; acciò s'intenda quello esser il diametro del circolo, la cui area è di parti 433012, vguale al Triangolo equilatero, li cui lati sono vguali alla linea AN di parti 1000. Così con vna tal diuisione segnata per il circolo, si potrà immediatamente quadrare il circolo, essendoui il quadrato vguale al dato Triangolo, al qual è vguale il Circolo del diametro notato.

Quindi è manifesto, che dato qualunque lato di triangolo, à cui si desidera altra figura regolare vguale, gl'interualli dell' apertura dello Stromento saranno nella stessa proportione, in cui sono diuisi i lati dello stesso Stromento, come più volte di sopra s'è detto.

QVE-

QVESTIONE PRIMA.

Data vna figura regolare, trasformarla in vn' altra vguale di più, ò meno lati.

HAbbiasi per cagione d'essempio vna lastra d'argento quadrata, e vogliasi farne vn'altra d'vgual grossezza, mà di figura essagona, si cerca la grandezza del lato dell'essagona. Nella linea trasformatoria, ò d'vguaglianza, comunque chiamar la vogliamo, s'applichi all'interuallo del quadrato il lato dato; e ritenuta quell'apertura, prendasi nella stessa linea l'interuallo 6. 6, e questo riuscirà il lato cercato dell'essagono.

Mà se fosse la lastra così grande, che non capisce il lato del quadrato ne gl'interualli dello Stromento, e si volesse sapere in numeri di quanti deti sarà la lunghezza del lato trouato dell'essagono, così può operarsi. Allargato lo Stromento à qualsiuoglia apertura, prendasi con due Compassi gl'interualli corrispondenti al quadrato, & all'essagono nella linea trasformatoria. Dipoi nella linea Aritmetica si vegga con l'applicatione de'due Compassi, che proportione habbiano tra di loro que' due lati; e trouando che il lato del quadrato à quello dell'essagono vguale è come 100 à 62, con la regola del trè dico, se 100 danno 62, il lato d'vna lastra quadrata di deti 20, mi darà in vna lastra vguale essagona, il lato di deti 12 $\frac{2}{5}$.

Che se non si potesse prendere precisamente in denominatione di misura conosciuta di palmi, deti, &c. il lato del quadrato, e nondimeno fosse assai grande, prendo la metà, ò al-

tra parte aliquota di detto lato, e l'applico all'interuallo del quadrato nella linea trasformatoria, e poi prendo il lato della figura, che si desidera, nell'interuallo della stessa linea trasformatoria; perche moltiplicando questa tante volte, in quante parti fù diuiso l'altro lato della figura data, s'haurà il lato cercato. La ragione di ciò è manifesta; perche i lati delle figure simili sono nella proportione subduplicata nelle stesse figure, dunque presa la metà del lato dato, questa è lato d'vn quadrato subquadruplo del primo: Dunque il lato dell'altra figura trouato (essendo al quadrato di quella metà vguale l'essagono di questo lato trouato) è lato d'vn'essagono subquadruplo al dato quadrato. Ora raddoppiato il lato trouato sarà lato d'vn'altro essagono quadruplo di questo; Dunque l'essagono della linea doppia del lato trouato è vguale al quadrato dato.

QVESTIONE SECONDA.

Data vna figura regolare trouarne vn'altra regolare diuersa, à cui habbia la data Proportione.

QVesta operatione è facile adoprandosi la linea trasformatoria, e la linea Geometrica: poiche prima nella trasformatoria si troua l'vguale, poi nella Geometrica si troua quella, che hà la data proportione. Sia dato vn triangolo, e si desidera vn'ottangolo, che contenga tre volte, e mezza detto triangolo, cioè che sia al triangolo, come 7 à 2. Pongo dunque nella linea trasformatoria il lato dato del triangolo all'interuallo proprio: quindi prendo nella stessa linea l'interuallo 8.8, e questo è l'ottangolo vguale al triangolo dato.

Con-

Conuien dunque trouare vn'ottangolo, che à questo stesso ottangolo sia come 7 à 2: perciò il lato trouato dell'ottangolo vguale applico nella linea Geometrica all'interuallo 2. 2: e preso nella stessa linea Geometrica l'interuallo 7.7, questo sarà il lato dell'ottangolo, che è come 7, in riguardo del primo ottangolo, cioè del triangolo dato, che è come 2.

Che se desideri conoscer in numeri il lato di questo ottangolo, che è al triangolo dato, come 7 à 2: si troua con l'applicatione de' lati del triangolo, & ottangolo vguali nella linea Aritmetica, che sono come 100 à quasi 30: dipoi i lati de gl'ottangoli, che sono come 2 à 7, applicati similmente alla linea Aritmetica, trouo che sono come 30 à 56, onde raccolgo, che il lato del triangolo dato al lato d'vn'ottangolo, che lo contiene trè volte, e mezza è come 100 à 56.

QVESTIONE TERZA.

Date due figure regolari diuerse, conoscere, che proportione habbiano tra di loro.

Siano date due figure diuerse regolari, per essempio vn pentagono, & vn triangolo: applico nella linea trasformatoria il lato della figura, che hà meno angoli, cioè il lato del triangolo, & à questa appertura all'interuallo 5. 5. nella stessa trasformatoria prendo il lato del pentagono vguale. Poscia questo lato d'vn pentagono vguale al triangolo dato, & il lato del pentagono dato, applico nella linea Geometrica, come si disse nel Capo 3. Quest. 4. e così trouata la proportione de' pentagoni di questi due lati, si fà manifesta la proportione del pentagono, e triangolo dati.

La ragione di questa operatione è manifesta dalle cose più volte dette, e dalla costruttione dello Stromento nella diuisione di queste linee, delle quali ci seruiamo.

QVESTIONE QVARTA.

Data l'area d'vn poligono regolare, trouar il suo lato.

Essendoche ogni area s'intende composta di quadretti di determinata misura, data l'area, deue esser dato il lato di ciascun quadretto. Ora suppongasi data l'area d'vn pentagono di 400 palmi quadrati, e cerchisi quanto grande sia il lato del detto pentagono. Trouisi il lato d'vn quadrato di 400 palmi, cauando dal dato numero la radice quadrata, che è 20, & in vn piano si descriua vna linea, che si supponga di 20 particelle, ciascuna delle quali se ben piccola rappresenti vn palmo. Questa linea s'applichi nella linea trasformatoria all'interuallo proprio del quadrato, & à quella apertura dello Stromento si prenda l'interuallo 5.5, del pentagono. Il che fatto, questi due interualli del quadrato, e del pentagono s'applichino nella linea Aritmetica, e si trouerà, che se il lato del quadrato 400, è 20, il lato del pentagono di 400 palmi è $15\frac{1}{4}$.

Sì che data qualsiuoglia area si caua la radice quadrata; e posta vna linea di tante misure s'applica nella trasformatoria all'interuallo del quadrato; poiche l'interuallo corrispondente alla denominatione del poligono dato, sarà il lato della figura, la cui area è vguale al quadrato della linea supposta, cioè all'area data.

QVE-

QVESTIONE QVINTA.

Dati due poligoni regolari diuersi vguali, trouare la porportione de' circoli, ne' quali essi si descriuono.

E' Manifesto, che li poligoni vguali diuersi non si puonno descriuere nello stesso circolo; dunque il poligono di più lati si descriue in vn circolo minore, che quello di meno lati, ma vguale d'area. Cerchisi dunque la proportione de' circoli.

Il che si fà trouando la proportione de' semidiametri. E sia per essempio vn triangolo, & vn'eptagono vguali.

Primieramente applico nella linea de' poligoni il lato del triangolo all'interuallo 3. 3, e prendo l'interuallo 6.6, e questo è il semidiametro del circolo, in cui si descriue il dato triangolo. Similmente nella stessa linea de' poligoni applico il lato dell'eptagono all'interuallo 7. 7, e con quell'apertura prendo l'interuallo 6. 6, il quale sarà il semidiametro del circolo, in cui si descriue il dato eptagono. Presi dipoi questi due semidiametri, s'applicano nella linea Geometrica, & in quella si troua la proportione de' circoli, come s'è detto nella Quest. 4. del Cap. 3.

QVESTIONE SESTA.

Data vna figura regolare far vn circolo à lei vguale, e dato vn circolo far vn quadrato vguale.

SE non fosse nella linea segnato anche il diametro del circolo vguale à ciascuna delle figure notate nella linea

trasformatoria; è facile il trouarsi in questo modo. Data la figura, si trasformi in quadrato: il lato di questo quadrato nella linea Geometrica s'applichi all'interuallo 11. 11; prendasi nella stessa linea Geometrica l'interuallo 14.14, e questo è il diametro del circolo, che si cerca; la ragione è manifesta, perche per le cose dimostrate da Archim. il quadrato del diametro è al circolo, come 14, à 11; il quadrato di quest'vltima linea è al quadrato posto all'interuallo 11. 11, cioè al poligono dato, come 14 à 11, dunque il dato poligono, & il circolo del diametro vltimamente trouato sono tra di se vguali per la 7. del 5.

Quindi dato vn circolo, sarà facilissimo il quadrarlo: perche applicato il diametro dato alli punti 14.14: prendasi l'interuallo 11.11, e questa linea darà vn quadrato vguale al circolo dato; essendoche il circolo al quadrato del suo diametro è come 11 à 14.

QVESTIONE SETTIMA.

Date due figure regolari dissimili, e disuguali, farne vna vguale à tutte due, e dissomigliante.

Questa operatione si fà con ridurre le due dissimili à somiglianza, e poi vnirle in vna simile, e finalmente trouare vna dissimile. Sia dato vn pentagono, & vn quadrato disuguali, e si voglia far vn triangolo vguale alla somma del pentagono, e del quadrato. Prima riducasi il pentagono in quadrato, in questo modo. Nella linea trasformatoria s'applichi il lato del pentagono dato all'interuallo 5. 5, e poi prendasi l'interuallo de' quadrati, □ □ che sarà il lato

to del quadrato, vguale al dato pentagono. Di poi hauendosi già questo lato d'vn quadrato, & il lato del quadrato dato, s'applichino tutti due nelle linee Geometriche, per trouar la lor proportione, e si faccia vn quadrato vguale à tutti due, come s'è detto nel Cap. 3. Quest. 5. e sarà questo quadrato vguale al pentagono, & al quadrato dati. Finalmente il lato di questo quadrato nelle linee trasformatorie s'applichi all'interuallo proprio de' quadrati, e con quella apertura s'haurà all'interuallo △ △ proprio de' triangoli il lato del triangolo vguale al dato quadrato, e per conseguenza alle due figure date dissimili, e diseguali.

E se fossero molte le figure date da vnirsi, si continui l'operatione nello stesso modo; come se oltre il pentagono, e quadrato dati vi fosse anche vn triangolo, e poi tutti insieme hauessero à far' vn'ottangolo; trouato il triangolo vguale al pentagono, & al quadrato dati, così il lato di questo, come del dato triangolo s'applichino nelle linee Geometriche, e si troui vn triangolo eguale à tutti due; e finalmente il lato di tal triangolo vguale à tutte trè le figure date s'applichi nelle linee trasformatorie all'interuallo del triangolo, poiche ritenuta quell'apertura di Stromento, l'interuallo 8. 8, darà il lato dell'ottangolo vguale alle trè figure date.

QVESTIONE OTTAVA.

Dati due poligoni regolari dissimili, e disuguali, trouar' vn' altra figura dissimile, che sia vguale alla loro differenza.

Sia dato nello stesso circolo vn triangolo, & vn quadrato, li quali necessariamente sono disuguali, e si voglia far

 vn es-

vn'essagono vguale alla differenza tra il triangolo, e quadrato dati. Nelle linee trasformatorie applicato il lato del triangolo dato, si troui il lato d'vn quadrato à lui vguale; Dipoi questo lato trouato, & il lato dato del quadrato, s'applichino nelle linee Geometriche, e trouata la loro proportione si troui il lato del quadrato vguale alla loro differenza, per quel che s'è detto nel Cap. 3. Quest. 6. Finalmente questo lato del quadrato vltimamente trouato s'applichi nelle linee trasformatorie all'interuallo de'quadrati, poiche nelle stesse linee l'interuallo 6. 6, darà il lato dell'essagono vguale à quel quadrato, che è la differenza de' due quadrati applicati, cioè del triangolo, e del quadrato dati.

In tutte queste operationi se le linee, che sono lati delle figure date, fossero troppo grandi, si prendano le parti aliquote, ricordandosi poi di moltiplicare l'vltima linea trouata secondo la denominatione della parte aliquota presa; come se si prese il terzo della linea, quella trouata sarà solamente il terzo di quella, che si cerca, e così dourà triplicarsi: se si prese il quarto, questa dourà quadruplicarsi, e così dell'altre.

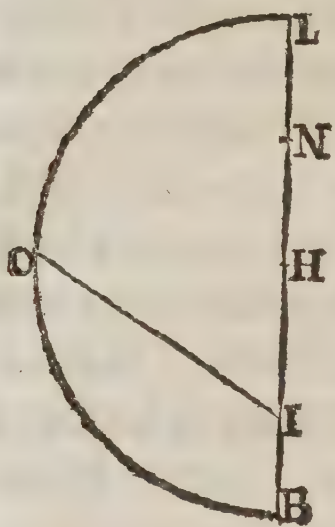
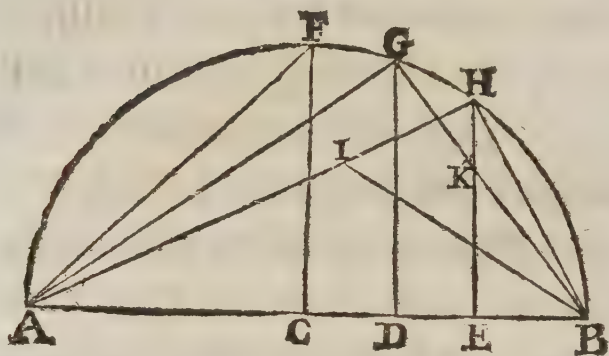
CAPO IX.

In qual maniera habbia à segnarsi la linea de' corpi regolari, & vso di questa linea.

CORpi regolari si chiamano quelli, che hanno le loro superficie piane, dalle quali sono compresi, simili, & vguali: E perche ogni angolo solido è fatto almeno da trè superficie, ne può essere se non minore di quattro angoli retti,

ti, perciò niun corpo regolare può hauere l'angolo solido fatto, ò da sei triangoli equilateri, ò da quattro quadrati, perche questi insieme fanno quattro angoli retti, e non saria angolo, mà vn piano: quattro pentagoni vguali farebbono più di quartro retti; tre essagoni fariano giustamente quattro retti, e tre eptagoni ò di più lati fariano più di quattro retti; onde consta, che l'angolo solido non può esser fatto, che ò da tre, quattro, e cinque triangoli equilateri, ò da tre quadrati, ò da tre pentagoni equilateri; e per consequenza solo cinque corpi regolari sono possibili. Ora se di trè triangoli equilateri si faccia vn'angolo solido, tutto il corpo haurà quattro faccie, e si chiama tetraedro, che vuol dire di quattro faccie, ouero piramide; se si faccia vn'angolo solido di quattro triangoli equilateri si forma l'octaedro, cioè d'otto faccie; se di cinque triangoli equilateri, si formi l'angolo solido, ne viene l'icosaedro di venti faccie. Dipoi l'angolo solido si fà di trè quadrati, e se ne forma il cubo, ouero exaedro di sei faccie: e finalmente di tre pentagoni equilateri si fà l'angolo solido del dodecaedro di dodici faccie.

Per trouar dunque i lati di questi cinque corpi regolari contenuti in vna medesima sfera, ci seruiremo del modo dato da Euclide nell'vltima propositione del lib. 13. Si tiri nello Stromento la linea, che deue à questo effetto seruire, e sia la linea AP, ouero AM. A questa linea se ne tiri in vn piano vna vguale, e sia la linea AB, la quale diuidasi in modo, che BC sia la metà, BD la terza parte, BE la quinta parte. E dal centro C si descriua il semicircolo AFB. S'alzino poi le perpendicolari CF, DG, EH, e si tirino le linee AF, che è lato dell'octaedro, AG, che è lato della piramide, ouero tetraedro BG, che è lato del cubo. E questa linea BG si ta-

gli nell'estrema, e media ragione, cioè in modo, che il quadrato del segmento maggiore sia vgual'al rettangolo fatto da tutta, e dal segmento minore, come s'insegna nella 30 del libro 6, ouero nell' 11. del lib. 2; e sia il segmento maggiore BK, che è lato del dodecaedro.

Finalmente della linea BH, come di semidiametro si formi il semicircolo BOL; diuidasi l'arco per metà in O, & il semidiametro HL per metà in N: prendasi l'interuallo NO;& à questo sia vguale NI: e così sarà HI lato del decagono, & IO lato del pentagono; e si trasferiscano nell'altra figura in modo, che BI sia vguale à IO, & IH sia il lato del decagono nel circolo BOL, sarà dunque BI lato dell' icosaedro.

Trouate queste misure, si trasferiscono sopra lo Stromento, in cui AP è diametro della sfera, A4 vguale ad AG, A8 vguale ad AF, A 6 vguale à BG, A 20 vguale à BI, A 12 vguale à BK; & in tal maniera sono segnati i lati de'corpi regolari, che puonno descriuersi nella stessa sfera.

E perche se bene tutte queste linee sono tra di loro incommensurabili di longhezza, nondimeno li lati del tetraedro, octaedro, e cubo sono col diametro della sfera commensurabili di potenza (gl'altri due lati del dodecaedro, & icosaedro son'affatto irrationali) e sono i loro quadrati in questa propor-

portione, cioè del diametro della sfera, come 6, del lato della piramide, come 4, del lato dell'octaedro, come 3, del lato del cubo, come 2, come ſi vede appreſſo il Clauio nella dimoſtratione della ſudetta prop. vlt. del lib. 13. perciò ſi potrà prouare con la linea Geometrica dello Stromento, ſe tali lati da noi trouati nel primo modo applicati in eſſa corriſpondano giuſtamente alli numeri di 6. 4. 3. 2. acciò ſiamo ſicuri, che l'operatione fù giuſta.

Quindi ſi potrà in numeri determinare la quantità di queſte linee in proportione al diametro della sfera, quale mettiamo eſſere di particelle 2000. Dunque il ſuo quadrato 4000000, che è al quadrato del lato della Piramide come 6 à 4, darà 2666666 quadrato, la cui radice 1633-- è il lato della Piramide. Similmente come 6 à 3, così il quadrato 4000000 al quadrato 2000000, la cui radice 1414 ✠ è il lato dell'octaedro. E come 6 à 2, così il quadrato 4000000 al quadrato 1333333, la cui radice 1154 ✠ è il lato del Cubo.

Mà per i lati delli altri due corpi regolari ſi richiede maggior induſtria, poiche il lato del Cubo 1154 deue diuiderſi nella media, & eſtrema ragione, cioè come 1000 à 618. proſſimamente, & il ſegmento maggiore 713 ſarà il lato del dodecaedro, come ſi hà dal primo corollario della prop. 17. del lib. 13. d'Euclide. E per trouar il lato dell'Icoſaedro, primieramente deue trouarſi il raggio di quel circolo, che comprende le cinque baſi delli cinque triangoli, che coſtituiſcono l'angolo ſolido di queſto corpo: Ora per il primo corollario della prop 16. del lib. 13. il quadrato di quel raggio è la quinta parte del quadrato del diametro della sfera; onde ſarà 800 000 il quadrato, e la ſua radice 894 ✠ è il raggio di det-

to circolo. Dipoi essendo noto questo circolo, deue trouarsi il lato del Pentagono compreso in questo circolo; poiche questo è il lato cercato dell'Icosaedro, essendo base d'vno delli cinque triangoli equilateri, che fanno l'angolo solido. Per trouar questo lato del Pentagono (il cui quadrato per la 10 del 13. è vguale alli quadrati del Raggio, e del Decagono nell'istesso circolo) bisogna trouar il lato del Decagono posto il Raggio 894, cioè tagliar il Raggio nella estrema, e media ragione, essendoche il segmento maggiore è il lato del Decagono per il corollario della 9. del 13. Quindi sarà il lato del Decagono 552: il cui quadrato 304704 aggionto al quadrato del Raggio, che è 800000 dà 1104704 quadrato del lato del Pentagono; e perciò sarà la sua radice 1051 il lato cercato dell'Icosaedro.

Diuisioni della linea per i corpi regolari inscritti nella medesima sfera.

Diametro della sfera.	2000
Piramide.	1633 --
Octaedro.	1414 +
Cubo.	1154 +
Icosaedro.	1051
Dodecaedro.	713 +

QVE-

QVESTIONE PRIMA.

Conosciuto il diametro d'vna sfera, come si possa formar' vn cubo, ò altro solido regolare, che capisca in essa.

QVelli, che si dilettano dentro sfere di vetro formare di piccole regolette tessute insieme varie figure, come se fossero linee, hauranno l'vso di questo problema. Il diametro della sfera dato s'applichi all' interuallo vltimo della linea de' corpi regolari; e di poi preso l'interuallo del cubo, se si desidera formare vn cubo, ò di qualunque altro solido, che voglia formarsi, cioè l'interuallo 6. 6, in quella stessa linea, e s'haurà il lato del cubo. Se si volesse formar' vna piramide, prendasi l'interuallo 4. 4, in quella linea de' corpi regolari.

QVESTIONE SECONDA.

Data vna piramide trouar la sfera, che contenga vn' altra piramide in data proportione.

SIa data vna piramide, e si desideri vna sfera, che contenga vna piramide, che alla data sia come 9, à 8. Trouisi il lato della piramide, che sia come 9 à 8, rispetto della piramide data: e perche i solidi simili sono nell a triplicata proportione de' lati Homologi, cioè, come i cubi de' lati, il lato della piramide data s'applichi nella linea cubica dello Stromento all' interuallo 8. 8; e preso l'interuallo 9. 9, sarà lato della piramide, che alla prima sarà come 9 à 8. Questo lato

troua-

trouato s'applichi nella linea de'corpi regolari all'interuall
4. 4, proprio del tetraedro, e l'interuallo estremo darà il dia
metro della sfera, che contiene vna piramide, che è sesquiot
taua della piramide data.

QVESTIONE TERZA.

Dato il diametro della sfera trouar la proportione de'corpi regolari inscritti.

Sia data vna sfera, il cui diametro è noto, e si cerchi la proportione di detta sfera à ciascuno de' corpi regolari inscritti. Ogni sfera è vguale al cono, la cui base è vguale alla superficie sferica, e l'altezza vguale al raggio, come dimostra Archimede nel lib. 1. de Spher. Cyl. dunque dato il diametro si troua la circonferenza del massimo circolo, e questa moltiplicata per il sudetto diametro dà la superficie sferica, base del cono, e questa poi moltiplicata per la terza parte del raggio, cioè il sesto del diametro dà la solidità del cono vguale alla sfera; perche se la base si moltiplicasse per tutta l'altezza, saria la solidità del cilindro di base, & altezza vguale; dunque essendo il cono la terza parte di tal cilindro, per la 10. del lib. 12. è manifesto, che si deue moltipliar solo per la terza parte dell'altezza. Per trouar poi la solidità d'vn corpo regolare inscritto; Primo, si troua il lato di detto corpo, applicando il diametro della sfera all'estremità della linea de' corpi regolari, e con vn'altro Compasso si prenda l'interuallo competente al corpo, che si cerca: e questi due interualli applicati nella linea Aritmetica, danno in numeri homologi al diametro della sfera, il lato del corpo, per essempio dell'

ico-

ſcoſaedro, che conſta di 20 faccie triangolari equilatere. Secondo trouato il lato del triangolo equilatero ſi cerchi la ſua area, trouando la perpendicolare, che da vn'angolo cade nel mezzo del lato oppoſto: il che ſi fà nella linea Geometrica, applicando il lato del triangolo, e la metà di detto lato, à due numeri, de'quali neceſſariamente vno è quadruplo dell'altro, per eſſempio 48, e 12, e preſa la differenza 36 piglio l'interuallo 36. 36, & applico nella linea Aritmetica il lato del triangolo al ſuo numero competente trouato nella prima operatione, e poi veggo qual interuallo comprenda quella diſtanza vltimamente preſa, che è il lato d'vn quadrato, a cui il quadrato del lato del triangolo è come 4 à 3, e queſto moltiplicato per la metà del lato del triangolo dà l'area del triangolo. Terzo, perche il corpo iſcritto nella sfera è vguale à tante piramidi, che hanno la cima nel centro della sfera tra di loro vguali, per hauer le baſi, e gl'aſſi vguali, conuien trouare la perpendicolare, che dal centro della sfera cade nel piano del triangolo. Ora ſe il piano del triangolo s'intenda prolongato per ogni parte, taglia la sfera, e fà vn circolo, in cui è iſcritto detto triangolo. Prendaſi dunque il lato del triangolo, e nella linea de'poligoni s'applichi all'interuallo proprio del triangolo, e con vn'altro compaſſo ſi prenda il raggio del ſuo circolo, cioè il lato dell' eſſagono: e nella linea Aritmetica applicato il lato del triangolo al numero, che gli compete già trouato, veggaſi à qual numero cada il raggio del circolo. Cadendo dunque dal centro della sfera la perpendicolare nel centro di tal circolo, è noto il raggio del circolo, & è noto il raggio della sfera oppoſto all'angolo retto, dunque applicati queſti due raggi alla linea Geometrica, ſi troua la proportione de' loro quadrati, & alla differenza di

tali quadrati applicato il Compasso, si troui poi nella linea Aritmetica la sua quantità in parti homologhe al raggio dell sfera, e per conseguenza al lato del corpo, che si cerca. E questa è l'altezza della piramide triangolare. Quarto, per che la piramide per la 7. del 12 è la terza parte del prisma che hà l'istessa base, e la istessa altezza, si moltiplichi l'are trouata del triangolo per la terza parte di questa altezza tro uata, e sarà la solidità della piramide. Finalmente questa so lidità trouata si moltiplichi per il numero delle faccie del cor po regolare, che si cerca, e s'haurà tutta la solidità di detto corpo; e per conseguenza la proportione, che hà alla sfera.

Ciò che s'è detto de'corpi, le cui faccie sono triangolari, deue proportionatamente intendere del dodecaedro, le cu faccie sono pentagone: perche trouato il lato del dodecae dro, che è il lato del pentagono, si troua il raggio del circolo in cui capisce detto pentagono; e diuiso per metà il lato de pentagono in esso cade la perpendicolare dal centro, la qua le può il quadrato, che è differenza trà il quadrato del rag gio trouato del circolo, & il quadrato della metà del lato de pentagono: e così si troua l'area d'vno de'cinque triangol isosceli, ne'quali si diuide il pentagono; onde si vien à cono scere l'area di detto pentagono. Poi dal quadrato del raggio della sfera leuato il quadrato del raggio di detto circolo, re sta il quadrato della linea, che dal centro della sfera cade perpendicolarmente nel piano pentagonico, & è l'altezza della piramide, che è la duodecima parte dell'octaedro: co me è manifesto.

Quanto poi al cubo è manifesto, ch'egli è alla sfera dello stesso diametro con il lato del cubo, come 21 à 11, come s'os seruò nel Cap. 5. Quest. 2. Mà il cubo inscritto nella sfera è

ta-

tale, che il suo lato è di potenza subtripla alla potenza del diametro della sfera, per la 15. del lib. 13. Dunque prendasi la terza parte del quadrato del diametro della sfera, e di questa prendasi la radice quadrata: la quale moltiplicata nel suo quadrato darà la solidità del cubo inscritto. Così posto il diametro della sfera esser 2000, il suo quadrato è 4000000 di cui la terza parte è 1333333$\frac{1}{3}$; e la radice quasi 1154$\frac{1}{2}$ è lato del cubo, che moltiplicato per il suo quadrato, dà la solidità 1537999990, doue che il cubo circoscritto vien'ad essere 8000000000.

QVESTIONE QVARTA.

Data vna sfera trouar i lati de' corpi ordinati circoscritti.

LI corpi circoscritti alla sfera hanno i loro piani, che toccano la sfera; e perciò l'altezza delle piramidi, che hanno per base tali piani, è vguale al raggio della sfera data. Ora perche il corpo inscritto, & il circoscritto sono simili, hanno anche i lati homologi, e li piani sono simili: e per conseguenza le piramidi, nelle quali si risoluono, hauendo trà di loro la proportione de' suoi tutti, per la 15. del 5. hanno la proportione triplicata de' lati homologi. Mà perche le piramidi hanno le basi simili, queste basi hanno la proportione duplicata de' lati homologi; e perche le piramidi hanno trà di se la proportione composta della proportione delle basi, e delle altezze, essendo le basi nella duplicata proportione de' lati, seguita, che le altezze habbiano la stessa proportione de' lati. Ora essendo data la sfera, & il suo raggio, habbiamo l'altezza della piramide maggiore, che è parte del corpo circoscrit-

to. Nello Stromento data la sfera habbiamo il lato del corpo inscritto. Dunque nel modo detto nella Questione precedente, si troui la perpendicolare, che dal centro della sfera cade sul piano del corpo inscritto. E poi facciasi, come la perpendicolare trouata, al lato del corpo inscritto, così il semidiametro della sfera al lato del corpo circoscritto, che si cerca.

Di quì è manifesto, che hauendo le piramidi sudette la proportione triplicata de' lati delle basi, cioè la triplicata dell'altezze, anche il corpo inscritto, & il circoscritto hanno la proportione triplicata della perpendicolare dal centro della sfera sù la faccia del corpo inscritto, al semidiametro della stessa sfera; e così conosciuta detta perpendicolare, & il raggio della sfera, e presi i loro cubi, questi daranno la proportione del corpo inscritto, al circoscritto, nella stessa sfera.

QVESTIONE QVINTA.

Come dato vn corpo regolare si trasformi in vn'altro, che gli sia vguale.

Sia dato vn'icosaedro, e si voglia far'vna piramide à lui vguale. Come s'è detto nella Quest. 3. si troui la proportione dell'icosaedro, e della piramide inscritti nella stessa sfera. Dipoi nella linea delli corpi regolari applicato il lato dato dell'icosaedro all'interuallo 20. 20, si prenda il lato della piramide nella stessa sfera all'interuallo 4.4. E finalmente nelle linee cubiche s'applichi questo lato della piramide all'interuallo d'vn numero, à cui sia vn'altro numero di dette linee nella proportione, che si trouò essere l'icosaedro alla

pira-

piramide; perche l'interuallo di quell'altro numero darà il lato della piramide, che alla piramide inſcritta nella ſteſſa sfera con l'icoſaedro hà la proportione, che l'iſteſſo icoſaedro hà alla piramide ſeco inſcritta; Dunque per la 7. del 5. la piramide di queſt'vltimo lato trouato è vgualle all'icoſaedro dato.

Da ciò, che quì ſi è detto, potranno ad imitatione della linea Trasformatoria de'Poligoni trouarſi i lati di tutti i cinque corpi regolari, & il diametro della sfera, i quali corpi ſiano tra di ſe vguali; onde ſi potriano ſegnare nella ſteſſa linea de' corpi regolari, mà tirata (non così à trauerſo, come per più diſtintione ſi è fatto nella figura poſta alla pag. 164.) per il lungo de' lati dello Stromento come l'altre linee, acciò così rimanendo le diſtanze delle miſure notate alquanto maggiori, vi ſi poſſano con diſtintione ſegnar i punti, che corriſpondono alli lati de'corpi, che ſi vguagliano. Nel che ſi deuono auuertire due coſe: la prima è, che queſti punti notati per l'vguaglianza ſudetta non ſi notino con i numeri, come ſi ſon notati li corpi inſcritti nella ſteſſa sfera, mà con la lettera capitale de' loro nomi; cioè il Dodecaedro col D, l'Icoſaedro con l'I, il Cubo col C, la Sfera con S, l'Ottaedro con l'O, e la Piramide con P. La ſeconda è, che creſcendo i lati con l'ordine, con cui quì ſi ſono annouerati, conuien auuertire, che il maggior lato di tutti è quello della Piramide, ò Tetraedro: e così queſto deue metterſi nel fine della linea, ò più à baſſo, ò alquanto più ſopra del punto, doue è notato il diametro della sfera per li corpi inſcritti: altrimenti ſe à ciò non ſi haueſſe il douuto riguardo, correrebbe pericolo, che non vi foſſe luogo per il lato della Piramide, che douria eſſere più lungo di tutta la linea tirata ſul lato dello

Stro-

Stromento. Perciò auuertasi di metter il diametro della Sfera notato con la lettera S, come si è detto, circa li trè quinti di tutta la linea AP, ouero altra più lunga tirata sul lato dello Stromento; perche in tal modo vi sarà luogo per il lato della Piramide: essendo, che li lati de' corpi vguagliati sono prossimamente nella proportione, che quì metto per facilità degli artefici, che volessero valersi delli numeri per far la sudetta diuisione, per trasformar vn corpo in vn'altro vguale.

Lati de' corpi vguagliati.	
Piramide	100.
Octaedro	63 -
Sfera	61 -
Cubo	49.
Icosaedro	37.
Dodecaedro	24 +

CAPO X.

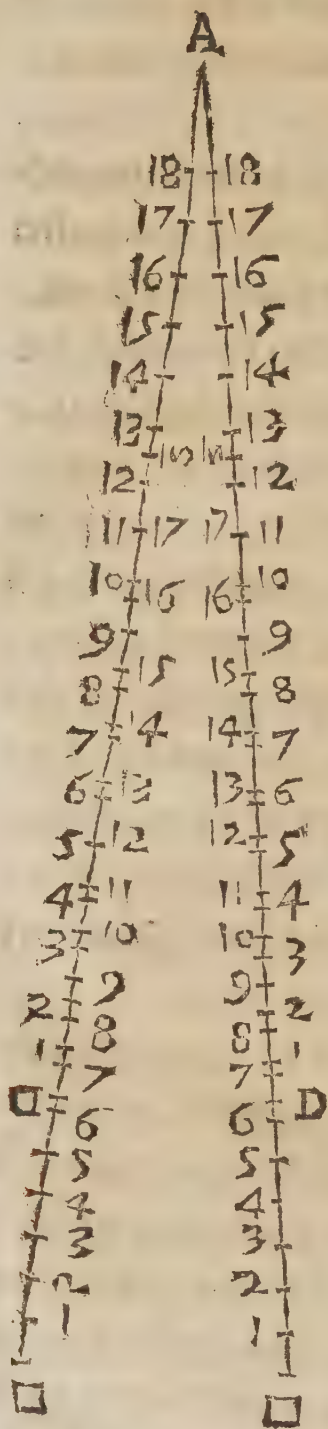
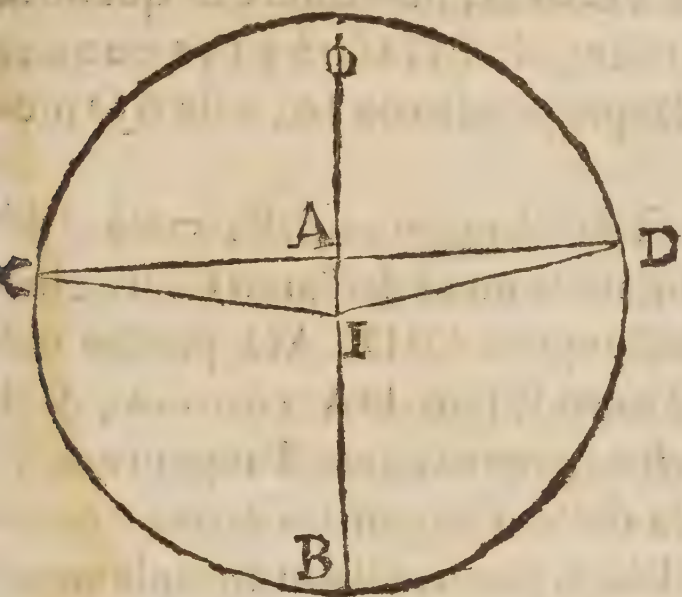
Come si possa diuidere vna linea, che serua per quadrare tutti i Segmenti del Circolo, e figure inscritte: & vso di questa linea Quadratrice.

ESsendosi questo opuscolo stampato alcuni anni sono, ecco mi capitan' in mano le Operationi del Compasso Geometrico del Galilei; & all'Operat. 31. trouo vsarsi da lui certe linee, che chiama Aggiunte, e seruono à riquadrare i Segmenti del Circolo, e per conseguenza anche le figure inscritte al Circolo benche Trapezie, cioè à ritrouar vna linea, che fatta lato d'vn quadrato, darà vn'area vguale al proposto Segmento, ouero alla figura rettilinea, ò mista, che sia di linee rette, e di curue circolari. Mi pare vtile questa linea, perciò in questa seconda impressione aggiongo quì la sua descrittione, & vso, à fine che chi hauesse alcuno Stromento formato à somiglianza di quello del Galilei, sappia valersene, & intenda come sia fatta la diuisione di tal linea, la quale io chiamo Quadratrice; essendo che dà li lati de' quadrati vguali alli Segmenti di circolo proposti.

Primieramente è necessario determinare la lunghezza della linea da tirarsi sul lato dello Stromento; e questo si farà trouando la linea, il cui quadrato sia vguale al semicircolo, che si suppone esser il maggior delli segmenti, che si notano nella linea. L'area dunque del semicircolo è vguale al rettangolo fatto dal Raggio, e dalla quarta parte della circonferenza: perciò inteso il diametro essere 200000, la circonferenza è 628318; e la quarta parte 157079 moltiplicata per il Rag-

gio

gio 100000. darà l'area 15707900000: la radice quadrata di queſto numero è 125331 di quelle parti, delle quali il Raggio è 100000. Dal che ſi vede, che tutta la linea tirata dal centro deue in maniera diuiderſi, che delle cinque parti di tutta; le quattro parti cominciando dal centro ſi diano al Raggio, e tutta ſarà il lato del quadrato vguale al ſemicircolo: Perciò prendaſi A⌓ 100, & A□ 125; perche poi sì come l'interuallo ⌓ ⌓ ſarà il Raggio, così l'interuallo □ □ ſarà il lato del quadrato vguale al ſemicircolo di quel Raggio.

Fatto queſto, ſi deue determinare in quante parti vguali ſi vuole diuidere l'altezza del ſemicircolo, la qual è vguale al Raggio, per hauer con ciò le diuerſe altezze di varj ſegmenti. Eſſendoche l'iſteſſa linea A⌓, che ſi è poſta raggio d'vn ſemicircolo, può in vn'altro circolo maggiore eſſere la metà della corda d'vn' arco minore del ſemicircolo, e perciò l'altezza del ſegmento ſarà minore di A□. Il Galilei la diuiſe in 20 parti vguali, onde non ne ſegnò ſe non 18, perche l'vltime due cadeuano nel gruppo dello Stromento. Vero è, che ſe la linea foſſe aſſai lunga, ſi potria la parte A⌓ diuidere in maggior numero di parti; mà auuertaſi, che poſſano eſſer i punti ſenza confuſione. Quì per chiarezza maggiore ſi è fatta

ta la diuiſione in 20 parti, e dal modo, che in queſte ſi adoprarà, ſarà manifeſto ciò, che douria pratticarſi in qualunque altra diuiſione. Solo auuertaſi, che il ſegno ⌓, e li numeri ſi mettono dalla parte di fuori della linea, perche nell'iſteſſa linea ſi deuono far le altre diuiſioni, che ſeruano per i lati de' quadrati corriſpondenti, & i numeri ſi metteranno dalla parte di dentro.

Ora per intender il modo da tenerſi in trouare l'aree di ciaſcun ſegmento, la metà della cui corda ſia vguale al Raggio A ⌓ dello Stromento, e le altezze ſiano differenti ciaſcuna per vna ò più venteſime parti del Raggio di che manchino; Conſideriſi la preſente figura, nella quale CD è corda del ſegmento CODA, e la medeſima linea era diametro del circolo minore già ſtatuito, e così la metà della corda ſudetta AD è 100000. Sia altezza del ſegmento la perpendicolare OA, la quale s'intenda prolongata fin alla circonferenza in B; e perciò OB è diametro del circolo, eſſendo che paſſa per il centro, come quella, che taglia CD per mezzo ad angoli retti; come ſi caua dalla terza del libro terzo. Dunque DA è media proportionale tra OA, & AB per la 13. del lib. ſeſto, e così eſſendo nota la prima OA altezza del ſegmento, e la

ſecon-

ſeconda, AD metà della corda, ſi verrà in cognitione della terza AB. Sia dunque OA 19 di quelle parti delle quali ne ſono 20 in AD: ſi che diuiſo il quadrato di AD 100000 00000. per OA 95000, il quotiente darà AB 105263; à cui aggionto AO 95000, tutto il diametro OB è noto 200263; e queſto diuiſo per mezzo dà il Raggio OI 100131 dal qual Raggio leuata l'altezza del ſegmento OA 95000, rimane AI 5131 altezza perpendicolare del triangolo CID, che dourà leuarſi dal ſettore ICOD, per hauere la quantità del ſegmẽto dato. Dũque il triangolo CID ſarà 513100000, vguale al rettangolo fatto dal perpendicolo IA, e da AD metà della baſe CD.

Ora perche il Settore ſi fà dal Raggio, e dalla metà dell' arco, perciò conuien inueſtigare la metà dell'arco COD, cioè l'arco OD, che è miſura dell'angolo OID. Mà perche nel triangolo rettangolo DAI è noto il lato DA 100000, & il lato AI 5131, prendaſi queſto numero come Tangente dell' Angolo ADI, e nella tauola delle Tangenti ſi troua corriſpondere à gr. 2. 56' $\frac{1}{4}$; perilche ſi notifica il ſuo complemento quantità dell'angolo DIA, e dell'arco OD gr. 87. 3' $\frac{3}{4}$.

Notificata la quantità dell'arco OD in gradi, reſta ridurla à parti ſimili alle particelle del ſuo Raggio OI. E perche in ogni circolo la proportione del Raggio alla ſemicirconferenza è come 100000 à 314159, facciaſi il terzo termine dell' analogia il Raggio OI già trouato 100131, e ſarà il quarto termine 314570 ſemicirconferenza del circolo, di cui è Raggio OI. Il che fatto inſtituiſcaſi queſta ſeconda analogia: ſe gr. 180 danno particelle 314570, che daranno gr. 87. 3' $\frac{3}{4}$? e trouaremmo particelle 152151, che ſono l'arco OD. Moltiplichiſi queſt'arco OD trouato per il Raggio IO, e ſarà tut-

ta la quantità del Settore ICOD 1523503178I: dal Settore ſi leua l'area del triangolo CID 513100000, & il reſiduo 1472193178I è la quantità cercata del ſegmento dato CODA. Queſto numero ſi accorci delle due vltime figure 81, e dal reſto ſi caui la Radice quadrata 121.33. nella quale le due vltime figure 33 ſi ſon ſeparate con vn punto, per ſignificare, che di quali 100 parti è la metà della corda del ſegmento dato, di tali 121, e di più 33 centeſime, cioè; deue eſſere la linea, il cui quadrato ſia vguale al dato ſegmento. E così di tal lunghezza è A1 de' numeri interiori in proportione di A△ come 100.

Con queſto metodo ſi trouano le altre linee quadratrici de' ſegmenti, che hanno minor altezza: e così nell' anneſſa Tauoletta nella prima colonna ſi mettono per ordine li ſegmenti, come ſon notate le ſue altezze nella linea dello ſtromento cominciando dalli più alti, e così il primo hà per altezza $\frac{1^{\circ}}{2}$, il ſecondo ne hà 18 venteſime, e così per ordine, come dimoſtra la ſeconda colonna. Il reſtante è chiaro dal titolo di ciaſcuna colonna. E finalmente l'vltima colonna contiene le Radici abbreuiate del quadrato vguale all'area del ſegmento, poiche queſte ſon quelle, che deuono notarſi nella linea Quadratrice dello Stromento; e le due vltime figure ſeparate col punto, dinotano le parti centeſime d'vn intiero; acciò ſi vegga quel che ſi deue aggiongere all'intieri: così al numero 6 interiore deue eſſere A6 parti 100.95, cioè pochiſſimo meno di parti 101 delle quali A△ è 100.

Dalla conſtruttione di queſta linea Quadratrice ſi rende manifeſto il ſuo vſo: eſſendoche A△ è la metà della corda d'vn ſegmento: A3, per eſſempio, de' numeri eſteriori è l'altezza del ſegmento, & A3 de' numeri ntieriori è la linea, che

 dà

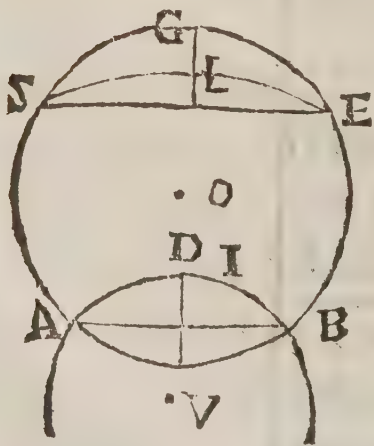
Quadratrice de' Segmenti del Circolo.

Ordine de' Segmenti	Altezza de' Segmenti	Metà dell'Angolo del Settore Gr.	M.	In parti delle quali la metà della corda è 100000. Perpendico. del Triang.	Raggio del Circolo	Meo Arc del Sette.	Area del Settore	Area del Segmento	Radici quarate abbreuiate.
1	19	87	3^{3}	5131	100131	15251	15235031781	14721931781	121.33
2	18	83	$58\frac{1}{2}$	10555	100555	14777	14819494235	13763994235	117.32
3	17	80	$43\frac{3}{4}$	16323	101323	14262	14465074126	12832774126	113.28
4	16	77	$19\frac{1}{6}$	22500	102500	13819	14177697500	11927697500	109.21
5	15	73	$44\frac{2}{5}$	29166	104166	13462	13964702292	11048102292	105.10
6	14	69	59.	36428	106428	12998	13835427144	10192627144	100.95
7	13	66	$2\frac{6}{7}$	44423	109423	12637	13802288951	9359988951	96.74
8	12	61	$55\frac{2}{3}$	53333	113333	12295	13882499169	8549199169	92.46
9	11	57	$37\frac{1}{3}$	63409	118409	11983	14100498947	7759598947	88.08
10	10	53	$7\frac{4}{5}$	75000	125000	11511	14488875000	6988875000	83.59
11	9	48	$27\frac{1}{3}$	88611	133611	11295	15097374945	6236274945	78.97
12	8	43	$36\frac{1}{6}$	105000	145000	11046	16000170000	5500170000	74.16
13	7	38	$34\frac{5}{6}$	125357	160357	10777	17314867789	4779167789	69.13
14	6	33	24	151666	181666	10500	19238429400	4071829400	63.81
15	5	28	$4\frac{1}{3}$	187500	212500	10414	22124225000	3374225000	58.08
16	4	22	$37\frac{1}{6}$	240000	260000	10243	26687180000	2687180000	51.83
17	3	17	$3\frac{2}{3}$	325833	340833	10190	34591141170	2007841170	44.80
18	2	11	26	495000	505000	100777	50892385000	1392385000	37.31

dà vn quadrato vguale à quel ſegmento. Dunque dato qualunque ſegmento di circolo, la metà della ſua corda ſi applichi all'interuallo ◠ ◠ : poi ritenuta l'apertura medeſima dello Stromento ſi veda à che interuallo delli numeri eſteriori capiſca l'altezza data del ſegmento, e ſia per eſſempio alli punti 3. 3. eſteriori; perciò prendendoſi l'interuallo 3.3. delli numeri interiori ſi haurà la linea, che dà il quadrato vguale al dato ſegmento.

QVESTIONE PRIMA.

Se due Circoli diſuguali ſi tagliano, come ſi troui la quantità dell'area, in cui communicano, e la lunula che reſta.

HAbbiaſi riceuuta ſopra vna carta la ſpecie optica dell' Ecliſſe del Sole, e ſia ADB il termine dell'oſcuratione, e vogliaſi ſapere, quanta ſia la parte del diſco Solare oſcurata, e coperta dalla luna. Tiriſi alli punti A & B, doue le circonferenze ſi tagliano, la corda AB, e queſta diuiſa per mezzo in F ſia tagliata dalla perpendicolare DC: Quindi la metà della corda AB, cioè FB, ſi applichi nelle linee Quadratrici all'interuallo ◠ ◠, poi preſa l'altezza FD veggaſi à quall'interuallo de'numeri eſteriori ella capiſca; & alli numeri interiori corriſpondenti ſi haurà la linea del quadrato vguale al ſegmento ADBF.

Similmente preſa la altezza FC, & applicata alli numeri eſteriori, doue capiſce, ſi vedrà qual interuallo debba

pigliarſi

pigliarsi de'numeri interiori per hauer la linea del quadrato vguale al segmento ACBF. Hauute queste due linee de' quadrati vguali alli due segmenti, conforme alla Quest 5. del capo 3. si trouarà il lato d'vn quadrato vguale à tutti due li sudetti quadrati, cioè à tutta la parte oscurata ADBCA. E questo, che si è detto dell'Eclisse del Sole, deue intendersi anche di quello della Luna, che cade nel cono ombroso della Terra, come è manifesto.

Et acciò qualche principiante non stimasse difficile l'hauere queste linee, cioè la corda AB, e le altezze FD, FC, à cagione del moto, che fà la specie optica del Sole, ò della Luna sopra il piano, doue si riceue; sappia che basta notare con vn punto li due termini A e B, che son manifesti, e subito ad arbitrio notare vn punto, per essempio I nel giro dell'ombra, & vn'altro punto arbitrario nel giro dell'imagine lucida, per essempio S. Poiche hauuti questi punti sarà facile con suo agio finire l'imagine circolare, e trouare i centri delli due circoli; essendo che per la 25. del lib. 3. e la quinta del lib. 4. per li tre punti SAB si tira il circolo, il dicui centro si troua O, e per li trè punti AIB similmente si tira il circolo, il dicui centro si troua V. E di questa maniera sarà facile trouare il diametro del circolo, da cui si deue cauare la parte oscurata ADBCA.

Per vedere quanta sia la parte oscurata di tutto il disco luminoso, prendasi il diametro del disco luminoso, e nelle linee Geometriche si applichi all'interuallo 14.14, e ritenuta quell'apertura dello Stromento prendasi l'interuallo 11.11. poiche questo è il lato del quadrato vguale à tutto il circolo, il cui diametro si è preso. Di poi ritenuta pure l'istessa apertura, nelle medesime linee si vegga, doue capisca la linea tro-

uata

uata lato del quadrato vguale alla parte oſcurata ADBCA, & il numero corriſpondente à queſto interuallo paragonato con 11, moſtrarà la proportione di detta parte oſcurata al circolo intiero: onde la differenza ſarà la quantità della parte ancora luminoſa: e così ſarà quadrata anche la lunula ASBDA.

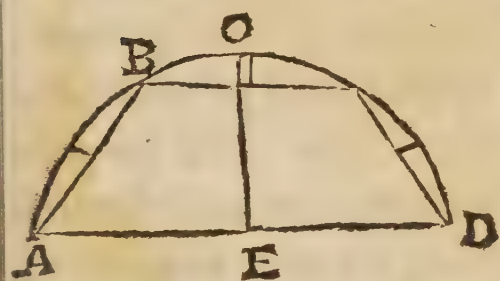
Di quì ſi vede, che ſia meglio compire tutto il cerchio quando ſia data vna lunula, in cui tirata la corda, che vniſca le punte eſtreme, e queſta diuiſa per mezzo da vna perpendicolare, veniſſe l'altezza maggiore della metà della ſudetta corda; perche ſaria ſegno, che il ſegmento ſia maggiore del ſemicircolo: come ſe la lunula data foſſe AGBDA, trouiſi il centro O del circolo eſteriore, e ſi compiſca il circolo con l'aggionta dell'arco ACB: poiche trouata, come ſopra, la quantità della parte ADBCA, e leuata, come ſi è detto dal circolo intiero, rimarrà la cercata quantità della lunula AGBDA.

Mà ſe l'altezza della perpendicolare, che cade in mezzo della corda, che vniſce le punte eſtreme della Lunula data, ſarà minore della metà di detta corda, ſarà ſegno, ch'il ſegmento è minore del ſemicircolo: tale ſarebbe la lunula SGELS. Tirata la corda SE, diuidaſi per mezzo in H dalla perpendicolare GH; così ſi hanno due ſegmenti ſull'iſteſſa corda, l'altezza del minore è HL, quella del maggiore è HG. Dunque applicata HE all'interuallo ◠ ◠, conforme alle due altezze HG, HL ſi trouino le linee de' quadrati vguali alli ſegmenti predetti: Quindi per la Queſt. 6. del capo 3. nelle linee Geometriche ſi troui la differenza di queſti quadrati, e la linea, il cui quadrato è vguale à tal differenza, darà il quadrato vguale alla lunula SGELS.

QVE-

QVESTIONE SECONDA.

Dato vn trapezio in vn Circolo, e segmento di circolo, trouare la sua quantità.

NOn tutti li trapezj son tali, che possa loro circoscriuersi vn circolo; perche i quadrilateri descritti in vn circolo hanno gli angoli opposti vguali à due retti per la 22. del lib. 3. Onde à questi soli è ristretta la presente Questione. Sia dato il Trapezio ABCD nel segmento circolare AOD. Primieramente diuidasi in mezzo nel punto E la corda AD, & alzata la perpendicolare EO, cerchisi nel modo detto in questo Capo la linea, che dà il quadrato vguale al segmento AODEA. Dipoi ciascheduno de gl'altri lati del Trapezio, i quali sono corde di particolari segmenti, similmente si diuidano per mezzo, e si habbiano dalle perpendicolari le altezze delli segmenti. E con quelle corde, & altezze nel modo predetto si trouino i quadrati vguali à ciascun delli trè segmenti. Questi trè quadrati minori si vniscano in vn sol quadrato, per la Quest. 5. del capo 3. e questo quadrato si leui dal quadrato vguale à tutto il segmento AODEA, per la Quest. 6. del capo 3. & il quadrato vgualle alla differenza, che rimane è la quantità del Trapezio proposto.

Questo, che si è detto del modo di trouare l'area de' Trapezj inscritti nel circolo, deue intendersi dell' altre figure moltilatere, ò siano di lati vguali, ò disuguali, trouando le linee

de' quadrati vguali alli particolari ſegmenti, e queſti quadrati vniti leuandoli dal quadrato vguale à tutto il ſegmento, che capiſce tutta la figura; poiche la differenza che reſta è la cercata quantità della figura propoſta.

QVESTIONE TERZA.

Dato vn ſegmento di circolo, ò troppo grande, ò troppo piccolo, come ſi debba operare per trouar la linea, che dia il quadrato vguale al ſegmento.

ALle volte occorre, che ſia propoſto vn ſegmento con la corda, ò con l'altezza così piccola, ò così grande, che non ſi poſſano commodamente applicare à gl'interualli della linea quadratrice, perciò ſarà neceſſario nelle troppo piccole valerſi delle moltiplici, e nelle troppo grandi ſeruirſi d'vna parte aliquota; perche poi la linea trouata nella ſteſſa proportione ſi ſminuiſce, con cui l'altre ſi accrebero, ò ſi accreſce, ſe l'altre furono ſminuite. Così ſe le miſure del ſegmento furono raddoppiate, ſi toglie la metà della linea trouata; ſe quelle furono dimezzate, queſta ſi raddoppia.

Mà può accadere, che ſe bene la metà della corda commodamente capiſce nell'interuallo ⌓ ⌓, l'altezza del ſegmento ſia minore di quelle, che corriſpondono à gl'interualli de' punti notati eſteriormente, il che occorrerà ogni volta, che la proportione dell'altezza alla metà della corda ſarà minore d'vna decima parte di detta metà; poiche ſolamente vi ſono ſegnate 18 venteſime di tutta la A⌓. Et in tal caſo non varrebbe raddoppiar, ò triplicare la mezza corda, e l'altezza; perche rimanendo ſempre la medeſima proportione, non ſi

potria

potria trouar ſegnato alcun punto, che deſſe interuallo ſoffi-ciente all'iutento. Perciò ſi vede, che in quante più parti vguali ſi potrà commodamente diuidere la corda propoſta AQ nello ſtromento, tanto maggiore ſarà il ſuo vſo, eſſendo che più di rado occorrerà hauere vn ſegmento, la cui altezza ſia molto minore; e ſe il gruppo dello ſtromento impediſce il luogo per li punti 19. 19, forſi non impedirà per li punti 37 37; ſe tutta la linea foſſe diuiſa in 40 parti vguali. Oltre di che queſte minori diuiſioni daranno più eſattamente le altre altezze de' ſegmenti.

In caſo però che ſi faceſſero queſte più minute diuiſioni, deue auuertirſi, che caderanno alle volte i punti delli numeri eſteriori, e delli interiori, così vicini, che ſi dubitarà, à quali numeri eſſi appartengono. Perciò io conſigliarei, che alla linea Quadratrice ſi tiraſſe parallela dalla parte difuori vn'altra linea vicina, alla quale dalli punti delle parti vguali ſi tiraſſero lineette, poiche tali punti, da quali vſciſſero tali lineette traſuerſali, ſi riconoſcerebbero per appartenenti alli numeri eſteriori; e così alli numeri interiori apparterebbono gli altri punti, dalli quali non vſciſſero ſimili lineette, e ſi toglierebbe il pericolo di prender vn punto per vn'altro vicino.

Quando dunque l'altezza del ſegmento è minore della decima parte della metà della corda, trouiſi la loro proportione, come ſi diſſe alla Queſt. 5. del capo 2, e ſtatuita la mezza corda come 100000, ſi faccia l'altezza data del ſegmento à queſto numero nella proportione trouata: così trouata la proportione della mezza corda all'altezza eſſere di 12 à 1, diuidaſi 100000 per 12, e ſarà l'altezza 8333. dipoi con queſta miſura ſi operi nella maniera adoperata in queſto capo per trouare le quantità de' lati del quadrato da notarſi sù

lo ſtromento (il che quì non fà biſogno di replicare) e coſì ſi haurà cognitione di quel piccolo ſegmento.

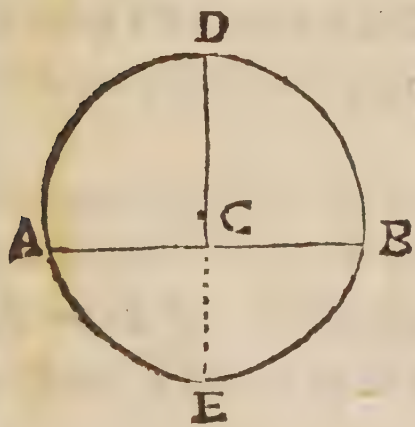
QVESTIONE QVARTA.

Data vna portione di Circolo trouare la ſua grandezza in miſura determinata.

SOno alle volte date alcune portioni circolari, che non ſono deſcritte in carta da poterſene traportare le linee con il Compaſſo; perciò date le loro miſure, ſi trouano linee nella ſteſſa proportione, e con quelle ſi opera sù lo Stromento nel modo detto. Sia, per cagione d'eſempio, data nella parte ſuperiore d'vna porta, che tondeggia, vna portione circolare, e ſi vuol ſapere di quante braccie, ouer oncie, quadrate ſia quello ſpatio.

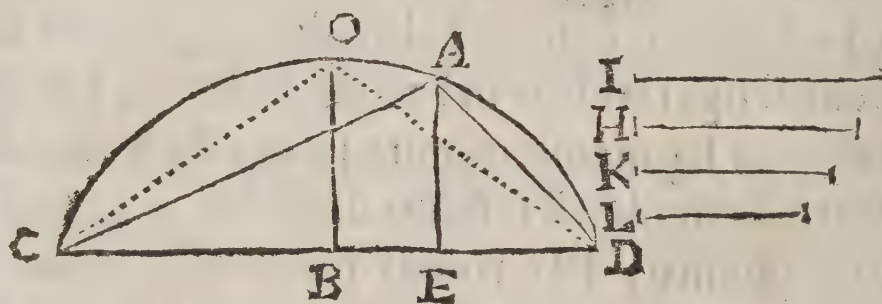
Prendaſi la miſura della larghezza, che ſia braccia 5, e dell'altezza, che ſia braccia vno, & oncie noue: la metà della corda è braccia $2\frac{1}{2}$, cioè oncie 30, e l'altezza è oncie 21. Nelle linee Aritmetiche con due Compaſſi prendanſi due interualli, che habbiano la ſteſſa proportione di 30 à 21; e ſiano 100. 100, e 70. 70. le quali lunghezze quanto ſi prenderanno maggiori, tanto più eſatta riuſcirà l'operatione. La lunghezza, che rappreſenta la metà della corda del ſegmento circolare, ſi applichi nelle Quadratrici all'interuallo ◠ ◠, e l'altra che rappreſenta l'altezza, ſi applichi alli punti de' numeri eſteriori doue capiſce, e ſarà all'interuallo 6. 6. Perciò ritenuta l'apertura ſteſſa dello Stromento, con queſto medeſimo Compaſſo allargato ſi prenda nelli punti de' numeri interiori l'interuallo 6. 6. Poſcia ritornando alle linee Aritmetiche,

siche, di nuouo si applichi il primo Compasso all'interuallo 100. 100, e veggasi doue darà l'apertura di questo secondo Compasso, che sarà alquanto maggiore; e si trouarà essere 101, se il primo Compasso si applicarà alli punti 50. 50, perche il secondo caderà nel 50 $\frac{1}{2}$. 50 $\frac{1}{2}$. Ora dicasi, se la mezza corda 100 dà la linea 101, il cui quadrato è vguale al segmento, vna linea di oncie 30 darà vna linea di oncie 30 $\frac{3}{10}$; il cui quadrato $\frac{91809}{100}$ sarà l'area di detta portione circolare data, cioè oncie quadrate 918: e perche ogni braccio quadro contiene oncie 144, la sua area sarà braccia 6, oncie 54, cioè braccia 6 $\frac{3}{8}$ di misura piana.

Mà se misurando il segmento proposto, si trouasse l'altezza essere maggiore della metà della larghezza, saria segno, che quel segmento fosse maggiore del semicircolo: & in tal caso converrebbe trouare l'altezza dell'altro segmento minore, e con quella si operarebbe nel modo sodetto, trouando la quantità di quel segmento minore; e questa leuata dalla quantità di tutto il circolo, il residuo darebbe la grandezza del proposto segmento. Per trouar dunque l'altezza del segmento minore, facciasi come l'altezza data DC alla CB metà della data larghezza, così CB à CE: e questa terza proportionale, trouata per la Quest. 7. del capo 3. è il residuo del diametro del Circolo, altezza del segmento minore. Siche applicata CB all'interuallo ⌂ ⌂, e CE all' interuallo de' numeri esteriori doue capisce, si haurà dall'interuallo de' numeri interiori corrispondenti la linea del quadrato vguale al segmento minore.

Or essendo già noto il diametro del circolo, si troui la linea del quadrato à lui vguale, per quello che si è detto nel capo 8. e dal quadrato vguale al circolo si leui il quadrato vguale al segmento minore, come per la Quest. 6. del capo 3. & il residuo sarà la cercata quantità del segmento maggiore proposto.

QVESTIONE QVINTA.

Dato vn Segmento di Circolo, trouare la proportione, che il Segmento hà ad vn dato Triangolo, che in esso capisce.

SIa dato il Segmento di circolo CODBC, in cui il massimo triangolo è quello, la cui altezza è la medesima con l'altezza del Segmẽto, cioè la perpẽdicolare, che cade nel mezzo della corda CD, cioè BO.

Ora sia dato il Triangolo CAD, di cui si voglia sapere, che parte sia del segmento dato. Compiscasi il massimo Triangolo COD, il quale essendo sù la medesima base CD, hà al Triangolo CAD la proportione delli perpendicoli, cioè di OB ad AE.

Primieramente essendo larea del massimo triangolo vguale al rettangolo fatto da OB, e BC, trouisi tra queste due linee la media proportionale, e sia H, per la Quest. 8. del capo 3. & il quadrato di questa linea H sarà vguale al detto Triangolo massimo COD, per la 17. del lib. 6.

Dipoi

Dipoi nelle linee Quadratrici di queſto capo ſi applichi BC metà della corda alli punti ⌓ ⌓, e l'altezza BO ſi troui ne gl'interualli de' numeri eſteriori; poiche all'interuallo de' numeri interiori corriſpondenti ſi haurà la linea I, che dà il quadrato vguale al ſegmento dato. Si che il dato ſegmento di circolo al Triangolo maſſimo che capiſce, hà la proportione del quadrato di I al quadrato di H, cioè la duplicata proportione di queſta ſeconda linea I trouata, à quella H, che in primo luogo ſi trouò. Dunque cerchiſi, per la Queſt. 7. del capo 3, à queſte due la terza proportionale K; & il ſegmento al Triangolo maſſimo hà la proportione della linea I alla linea K.

Finalmente per la Queſt. 3. del capo 2. ſi faccia come BO ad EA, così K ad L: onde ne ſiegue, per l'11. del lib. 5, che il triangolo COD al triangolo CAD ſia come K ad L. Dunque il ſegmento del circolo al Triangolo COD è come la linea I alla linea K; & il Triangolo COD al Triangolo CAD è come la linea K alla linea L: dunque per la 22. del libro 5. ſarà il dato ſegmento del circolo al triangolo dato CAD inchiuſo, come la linea I alla linea L. Perciò volendoſi ſaper in numeri la proportione, ſi portino le dette due linee I, & L sù le linee Aritmetiche; e gl'interualli, ne' quali capiranno, daranno i numeri, che eſprimono la cercata proportione del ſegmento al triangolo dato in eſſo.

CAPO VLTIMO.

Come si possano con gran facilità fabricare molti Compassi di proportione altri grandi, altri piccoli.

DAlle cose dette in tutto questo Trattato della diligenza, con cui deuono farsi le diuisioni delle linee descritte (alcune delle quali non si può negare, che ricercano molto particolar'attentione, acciò siano diuise accuratamente) potrà per auuentura spauentarsi qualche Artefice, temendo, che riesca la fattura così lunga, e trauagliosa, che douendosi condegnamente ricompensare, venga à riuscire tanto cara, che trouandosi pochi compratori, venga à trarne poco guadagno. Per facilità dunque de gl'Artefici, a' quali non basta hauerne fatto vno, ò anche d'altri, i quali volessero con poca fatica diuidere le linee tirate nel suo Compasso di proportione, soggiongo per fine di questo Trattato questo Capo, il quale in sostanza non è altro, che la prattica di quanto di sopra s'è detto.

Proueggasi dunque l'Artefice d'vn Compasso di proportione con le regole assai lunghe, sopra delle quali siano tirate dal centro varie linee rette nell'vna, e nell'altra faccia, e queste linee diuida nella maniera, che habbiamo mostrato, ne stimi alcuna diligenza superflua, ne perduto il tempo, che v'impiegarà, à fine, che le diuisioni siano accuratissime; perche fatta vna volta questa fatica, non haurà più à replicarla, e gli seruirà per tutta la sua vita, e de' suoi figliuoli, perche questo Compasso di proportione dourà ritener appresso di se, e non venderlo, per non necessitarsi ad vna nuoua fatica.

Occorrendo poi far vn'altro Stromento vguale, ò più

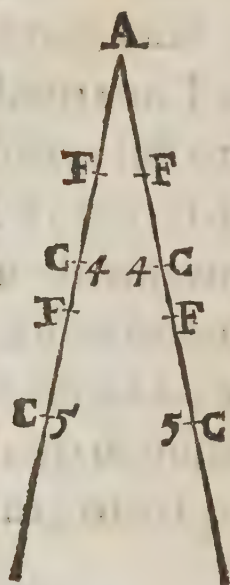
grande,

grande, ò più piccolo del ſuo già fatto, qual però ſi ſuppone de' più lunghi, che ſogliano communemente farſi, ſi tirino dal centro le linee, che poi ſi vogliono diuidere; e fatto queſto, la lunghezza di ciaſcuna linea pongaſi nell'eſtremo interuallo della linea ſimile dello Stromento già perfettionato: poiche ritenuta quell'apertura dello Stromento, baſterà traportare ciaſcun'interuallo ſopra la linea, che ſi vuol diuidere; & in tal maniera queſta ſarà diuiſa nella ſteſſa proportione, che la linea dello Stromento maggiore. Così volendo ſegnare la linea metallica, per eſſempio, prendo la diſtanza dal centro dello Stromento, ſin'all'eſtremità della linea da diuiderſi, & alargo lo Stromento già fatto, in modo, che tutta quella linea capiſca nell'vltimo interuallo della linea metallica PP, doue è ſegnata la pietra. Dipoi prendo l'interuallo MM per il marmo, e queſta longhezza traporto dal centro ſopra la linea che ſi diuide, nell'vno, e nell'altro braccio, e ſi ſegnarà il punto per il marmo. E così ſuſſeguentemente ne gl'altri punti CC, SS, &c. onde ſarà diuiſa la linea Metallica nel nuouo Stromento, ſecondo la proportione, con cui fù diuiſa quella del primo Stromento: l'iſteſſo s'intende di qualſiuoglia altra linea da diuiderſi. Nel che ſi vede quanto gran compendio di fatica ſia queſto.

Di quì ſi vede, che ſe vn'amico habbia vn Compaſſo di proportione, diligentemente fatto da buon'arteſice, ciaſcuno potrà con gran facilità farſene vno da ſe, cauando da quello le diuiſioni nel modo, che s'è detto douer fare l'Arteſice. Onde con molto poca ſpeſa può eſſere prouiſto d'vn buono Stromento.

Con-

Conchiuſione.

E Queſte coſe baſtino per la ſpiegatione della Fabrica, & Vſo del Compaſſo di proportione, dalle quali ciaſcuno potrà andar inuentando altre operationi. Sì come anche puonno deſcriuerſi altre linee, nelle quali ſiano altre proportioni, ſecondo il piacere di ciaſcuno: come ſarebbe vna linea delle fortificationi, nella quale ſi ſegnaſſe la proportione delle parti di eſſa, cioè la capitale, & il fianco del baloardo in ciaſcuna fortezza di più angoli, ſupponendoſi la mezzagola, & il fianco vguali al ſeſto di tutto il lato del poligono: & io per ſfuggire la confuſione, tal linea ſegnarei, come nella preſente figura, pigliando per eſſempio A4 per la capitale in vna fortezza di 4 baloardi, e perciò notarei al punto 4 anche la lettera C, per denotare, che è la capitale, e poi il fianco del baloardo di tal fortezza notarei AF. Dal che ne verrebbe, che data vna fortezza di 4 baloardi da deſcriuerſi, tagliato per mezzo l'angolo con vna capitale indefinita, ſi prenderebbe il ſeſto del lato del poligono fortificabile, e queſto applicato all'interuallo FF, che è tra il 4, & il centro A, l'interuallo CC, che è di rimpetto al 4, daria la quantità della capitale determinata. Per la fortezza poi di cinque baloardi hauutaſi la proportione della capitale, e del fianco per mezzo del calcolo, prenderei dal centro A tal diſtanza per A 5, la quale foſſe la capitale del baloardo di tal fortezza, che prendendoſi il fianco proportionato AF, cadeſſe tra il punto ſegnato 5, & il ſegnato 4; perche in tal modo

queſte

queste lettere CF, significarebbono la capitale, & il fianco del baloardo di fortezza di cinque bastioni. L'istesso dico in ordine ad altri punti per fortezza di più baloardi. A me poi piace più segnar il fianco, e la capitale, perche con queste si può anche operare per la fortificatione irregolare, quanto lo permetterà la stessa irregolarità.

Ciò che per modo d'essempio s'è detto della linea delle fortificationi, con notare queste due sole diuisioni, s'intenda anche, ò notando altre proportioni d'altre linee appartenenti alla fortificatione, ò pur anche altre linee d'altre cose, e proportioni, secondo il piacere di ciascuno. Così perche spesso può venir'occasione di tagliar' vna linea nella media, & estrema ragione, potrebbesi nello Stromento tirar'vna linea nell'vno, e nell'altro braccio, la quale à quest'effetto seruisse, tagliandola con questa proportione, poiche qualsiuoglia linea data applicata all'estremo interuallo, saria tagliata similmente, prendendo l'interuallo de' punti, ne' quali le linee laterali furono così diuise. Se bene se non hai tal linea precisamente diuisa nello Stromento, basterà, che applicata tutta la linea all'interuallo 100. 100, prendi l'interuallo 38. 38, e con questo diuidasi la linea data; perche il segmento maggiore 62. hà per suo quadrato 3844. poco maggiore del rettangolo fatto da tutta 100, e dal minor segmento 38, cioè poco maggiore di 3800, come richiede cotal settione. Se tutta la linea fosse 1000, le parti sariano 618, e 382, & il quadrato del maggior segmento è 381924 poco minore del rettangolo 382000.

Mà ciò si fà con precisione maggiore se la data linea si applichi nelle linee che mostrano le corde de gli archi, all'interuallo 60. 60; poi prendasi l'interuallo 36.36, che questo darà il

rà il segmento maggiore; essendo che il primo interuallo è lato dell'Essagono, il secondo è lato del Decagono descritti nell'istesso cerchio; e dalla Prop. 9. del lib. 13. d'Euclide si hà il Corollario, che tagliato il lato dell'Essagono nella media, & estrema ragione, il segmento maggiore è il lato del Decagono. Che se si volesse, che la data linea fosse l'vno de'segmenti, e bisognasse farui vn'aggionta, si che tutta fosse tagliata nella media, & estrema ragione, sarà pronto il modo per la stessa Prop. 9. del lib. 13. S'ella è il segmento maggiore, si applichi al 60.60, e preso l'interuallo 36.36. gli si aggionga: per il contrario, se la linea data è il segmento minore, si applichi al 36.36, e gli si aggiongerà l'interuallo 60. 60; che così tutta la composta sarà, quale si ricerca.

IL FINE.